Exercícios de Funções de várias variáveis
Domínio e conjunto de nível

Para cada uma das seguintes funções: determine o domínio e represente-o geometricamente; indique um ponto do gráfico; represente geometricamente um conjunto de nível.

1. $f(x,y) = \dfrac{x}{x-y}$
2. $f(x,y) = \arcsin(x+y)$
3. $f(x,y) = \ln(y-x)$
4. $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{8}{x+y}}$
5. $f(x,y) = 16 - x^2 - y^2$
6. $f(x,y) = \sqrt{x}$
7. $f(x,y) = \ln(\dfrac{x}{y}) + \ln(\dfrac{y}{x})$
8. $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{y-x}}{\sqrt{1-y}}$
9. $f(x,y) = \dfrac{\ln y}{x}$
10. $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{xy-1}}$
11. $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$
12. $f(x,y) = e^{-\frac{x^2}{y}}$
13. $f(x,y) = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$
14. $f(x,y) = \sin\left(\dfrac{x+y}{xy}\right)^*$
15. $f(x,y) = \ln\left(\dfrac{x+y}{xy}\right)^*$

* apenas o domínio e um ponto do gráfico

Soluções:

1. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq y\}$; $(0,1,0) \in G_f$. 2. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x+y \leq 1\}$; $(0,0,0) \in G_f$. 3. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x\}$; $(0,1,0) \in G_f$. 4. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y > 0\}$; $(1,1,2) \in G_f$. 5. $D_f = \mathbb{R}^2$; $(0,0,16) \in G_f$. 6. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0\}$; $(0,1,0) \in G_f$. 7. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 0\}$; $(1,2,0) \in G_f$. 8. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y < 1\}$; $(0,0,0) \in G_f$. 9. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0 \wedge x \neq 0\}$; $(1,1,0) \in G_f$. 10. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 1\}$; $(2,1,1) \in G_f$. 11. $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; $(1,0,1) \in G_f$. 12. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq 0\}$; $(0,1,1) \in G_f$. 13. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 > 1\}$; $(2,0,0) \in G_f$. 14. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0 \wedge y \neq 0\}$; $(2,-2,0) \in G_f$. 15. $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x+y > 0 \wedge xy > 0) \vee (x+y < 0 \wedge xy < 0)\}$; $(2,2,0) \in G_f$.