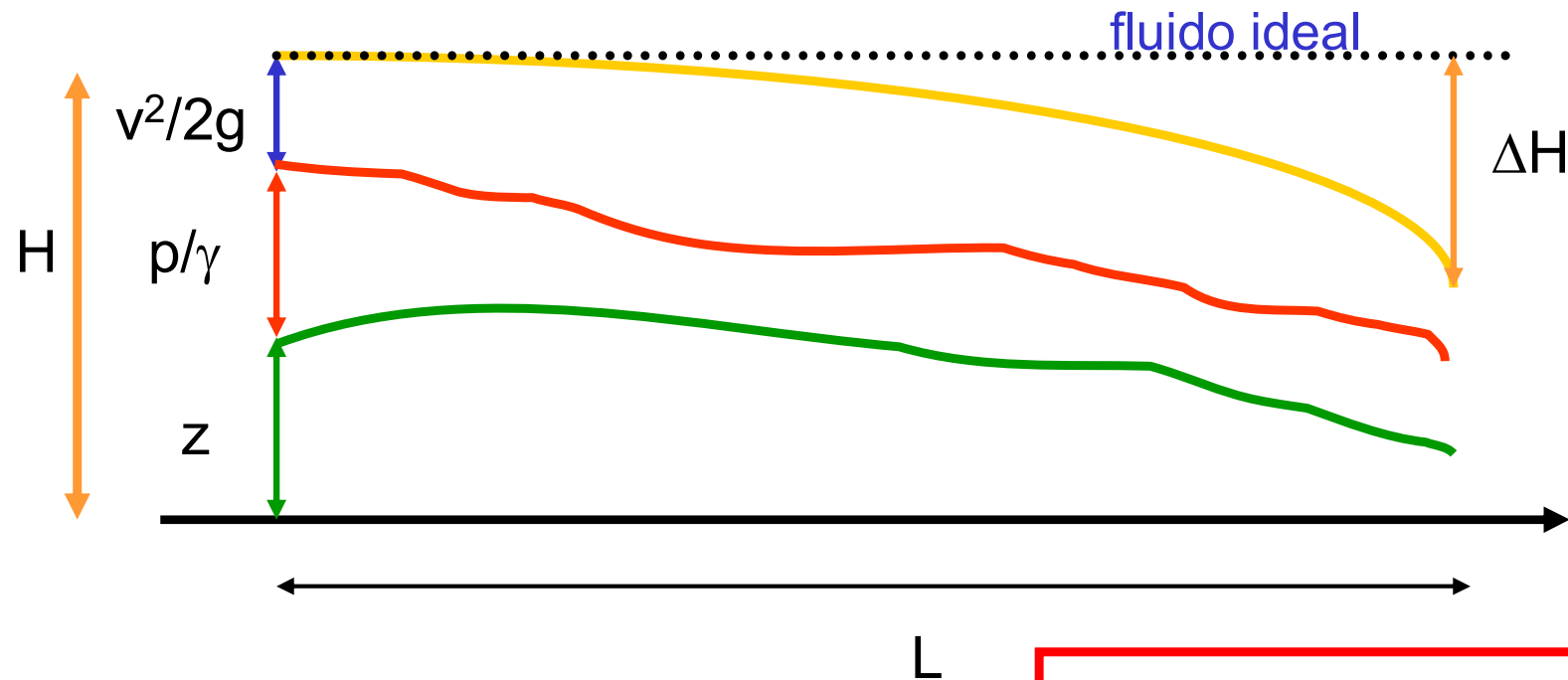




Perda de carga em escoamentos turbulentos

- perda de carga contínua -

Nos fluidos reais, a viscosidade causa perda de energia



$$\frac{\Delta H}{L} = j$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) = -j$$

- j – perda de carga unitária (= por unidade de percurso) (m / m)
- ΔH (ou J) – perda de carga contínua no percurso = $j \times L$ (m)

Equação de Bernoulli modificada para líquidos reais

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta H_{1 \rightarrow 2}$$

Por Análise Dimensional:

$$j = \frac{f}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Equação de Darcy-Weisbach

f = factor de resistência de Darcy

f depende de:

- rugosidade do tubo
 - nº de Reynolds
-
- Em regime laminar, a perda de carga unitária pode ser deduzida por **via analítica**

$$f = \frac{64}{\mathcal{R}_e} \Rightarrow j = \frac{32}{D^2} \frac{\mu}{\gamma} v$$

- Em regime turbulento, a perda de carga unitária é determinada por **via experimental**

Equação de Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.7 D} + \frac{2.51}{\Re_e \sqrt{f}} \right]$$

ε - rugosidade equivalente (tabelas)

ε/D - rugosidade relativa

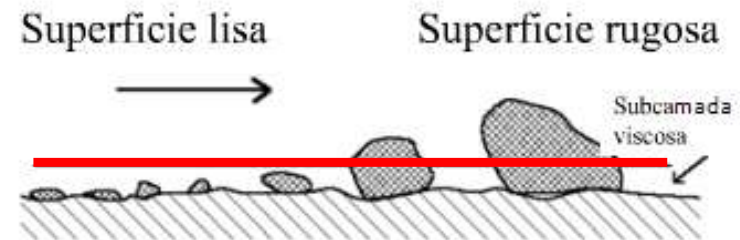
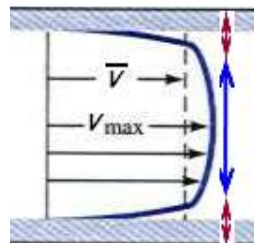
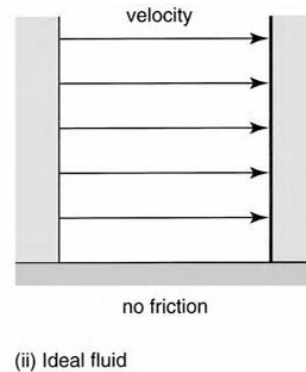
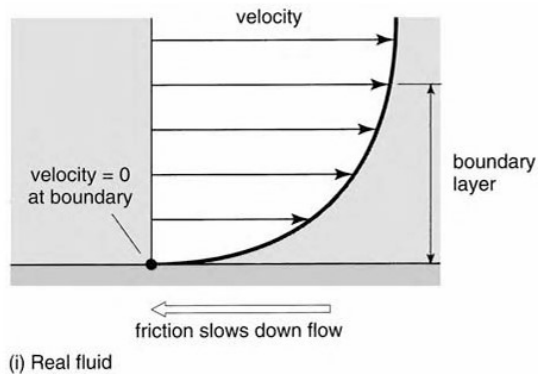
Natureza da conduta	ε (mm)
Vidro	0.003
fibrocimento	0.02
Aço galvanizado	0.15 - 0.20
Ferro fundido	
Novo	0.25
Enferrujado	1 - 1.5
Revestido de betume	0.1

A **equação de Colebrook-White** aplica-se a todos os tipos de escoamento turbulento.

Lei de Blasius turbulento liso
($3000 < \Re_e < 10^5$)

$$f = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\Re_e}}$$

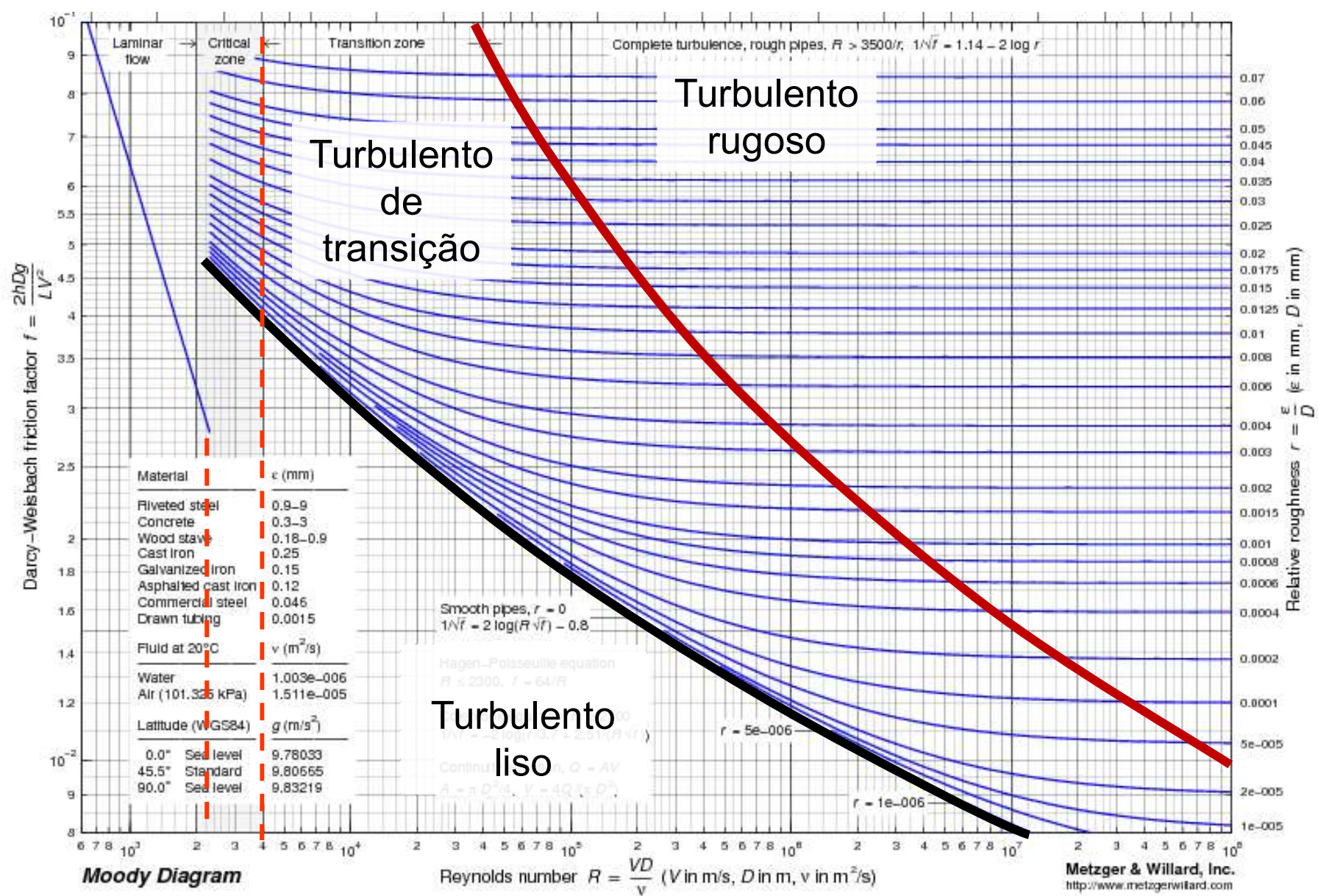
$$j \propto v^{1.75}$$



Fórmula de Swamee-Jain

(erro < 0.4%)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.7 D} + \frac{5.74}{\Re_e^{0.9}} \right]$$



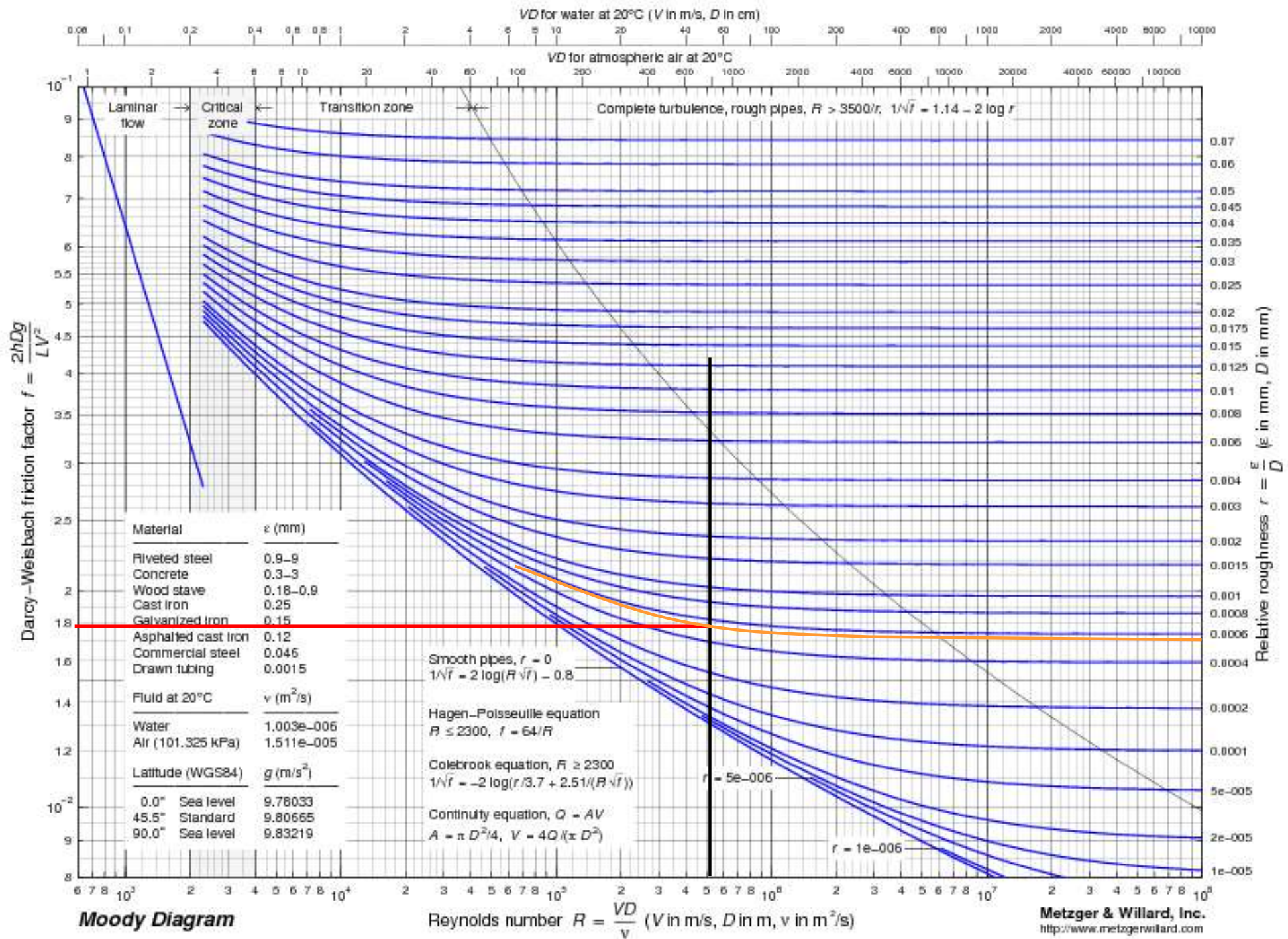
- **Fluxo laminar** – independente da rugosidade
- **Fluxo turbulento rugoso** – independente do nº de Reynolds
- **Fluxo turbulento liso** – $\epsilon = 0$

Exemplo: Numa conduta de ferro fundido de 0.50 m de diâmetro escoar-se o caudal de 200 L/s. Calcular a perda de carga unitária

$$v = Q/A = 0.2/(\pi 0.5^2/4) = 1.02 \text{ m/s}$$

$$Re = 1.02 \times 0.5 / 10^{-6} = 5.1 \times 10^5$$

$$\varepsilon = 0.25 \text{ mm} \rightarrow \varepsilon/D = 0.25/500 = 5 \times 10^{-4}$$



$$f = 0.018$$

Exemplo: Numa conduta de ferro fundido de 0.50 m de diâmetro escoar-se o caudal de 200 L/s. Calcular a perda de carga unitária

$$v = Q/A = 0.2/(\pi 0.5^2/4) = 1.02 \text{ m/s}$$

$$Re = 1.02 \times 0.5 / 10^{-6} = 5.1 \times 10^5$$

$$\varepsilon = 0.25 \text{ mm} \rightarrow \varepsilon/D = 5 \times 10^{-4}$$

$$f = 0.018$$

$$j = \frac{0.018}{0.50} \frac{1.02^2}{19.6} = 0.0019 \text{ m/m}$$

Regime laminar	$j \propto v$
Regime turbulento liso	$j \propto v^{1.75}$
Regime turbulento rugoso	$j \propto v^2$
Regime turbulento de transição	$j \propto v^{1.75 - 2}$

Problemas de dimensionamento

	Dados conhecidos/ escolhidos	Valor a determinar
1	Caudal Tubagem (tipo e diâmetro)	Perda de carga *
2	Perda de carga Tubagem (tipo e diâmetro)	Caudal **
3	Caudal Tubagem (tipo) Perda de carga	Diâmetro do tubo **

Cálculo de
verificação

$v \rightarrow Re \rightarrow f$

$D \rightarrow Re, \varepsilon/D \rightarrow f$

* cálculo directo

** por processo iterativo

Exemplo (cálculo de tipo 2)

Qual o caudal transportado por uma tubagem de ferro fundido com 2400 m de comprimento e 55 cm de diâmetro, de modo a que a perda de carga seja de 65 m?

$$(\varepsilon = 0.25 \text{ mm} \quad \varepsilon/D = 0.00045)$$

1ª tentativa: $Q = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$

$$v = Q/A = 2.1 \text{ m/s} \quad \text{Re} = 1.16 \times 10^6$$

Pelo diagrama de Moody: $f = 0.0168$

$$j = \frac{H}{L} = \frac{f}{D} \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v^2 = \frac{2gDH}{fL} \Rightarrow v = 4.2 \text{ m/s} \quad Q = 0.998 \text{ m}^3/\text{s}$$

2ª tentativa: $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$

$$v = Q/A = 4.2 \text{ m/s} \quad \text{Re} = 2.3 \times 10^6 \quad \varepsilon/D = 0.00045$$

Pelo diagrama de Moody: $f = 0.0166$

$$v^2 = \frac{19.6 \times 0.55 \times 65}{0.0166 \times 2400}$$

$$v = 4.2 \text{ m/s}$$

$$Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exemplo (cálculo de tipo 3)

Qual o diâmetro que deverá ter uma tubagem de ferro fundido com 2400 m de comprimento, transportando um caudal de 1 m³/s com uma perda de carga de 65 m?

$$(\varepsilon = 0.25 \text{ mm})$$

1^a tentativa: $D = 50 \text{ cm}$

$$v = Q/A = 5.09 \text{ m/s} \quad \text{Re} = 2.5 \times 10^6 \quad \varepsilon/D = 0.0005$$

Pelo diagrama de Moody: $f = 0.0169$

$$j = \frac{H}{L} = \frac{f}{D} \frac{(Q/(\pi D^2/4))^2}{2g}$$

$$D^5 = \frac{f}{H} \frac{(Q/\pi/4)^2}{2g} L = \frac{0.0169}{65} \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{1^2}{19.6} 2400 \Rightarrow D = 0.55 \text{ m}$$

2^a tentativa: $D = 55 \text{ cm}$

$$v = Q/A = 4.2 \text{ m/s} \quad \text{Re} = 2.3 \times 10^6 \quad \varepsilon/D = 0.00045$$

Pelo diagrama de Moody: $f = 0.0166$

$$D^5 = \frac{0.0166}{65} \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{1^2}{19.6} 2400 \Rightarrow D = 0.55 \text{ m}$$

$D = 55 \text{ cm}$

Raio hidráulico ou médio - quociente entre a área molhada (A) e o perímetro molhado (P).

No caso dum tubo:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{D}{4}$$

Fórmulas empíricas

Turbulento rugoso

→ **Chézy**

$$v = C \sqrt{R j}$$

→ **Gauckler-Strickler**

$$v = K R^{2/3} j^{1/2}$$

Fórmula de Bazin

$$C = \frac{87 \sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}}$$

Fórmula de Kutter

$$C = \frac{100 \sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

Manning

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} j^{1/2}$$

Fórmulas empíricas

Turbulento de transição

➔ **Hazen-Williams** (água a 15 - 25°C, $v < 3$ m/s $D > 50$ mm)

$$v = 0.849 C_H R^{0.63} j^{0.54}$$

$$j = 1.21 \times 10^{10} \left[\frac{Q}{C_H} \right]^{1.852} D^{-4.87}$$

D - mm

Q - L/s

➔ **Scobey** (tubos de alumínio, inclui 20% de perdas de carga singulares)

$$j = 2.587 \times 10^{-3} \cdot K \cdot v^{1.9} / D^{1.1}$$

➔ **Veronese- Datei** (PVC)

$$j = 0.00092 \frac{Q^{1.8}}{D^{4.8}} \quad 4 \times 10^4 < Re < 10^6$$

Fórmulas empíricas

Materiais específicos

→ **Flamant** (tubos de ferro)

$$v = 146.2 R^{5/7} j^{4/7}$$

→ **Scimemi**

Fibrocimento, ferro, aço, betão

$$v = C \sqrt{R j}$$

$$C = \frac{87\sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}}$$

Valores de γ da fórmula de Bazin

Características da tubagem	Valores de γ (m ^{1/2})
Tubos novos de fibrocimento	0.06
Tubos novos de aço laminado	0.10
Tubos novos de ferro fundido	0.16
Tubos de betão em boas condições	0.18
Tubos de ferro fundido usados	0.23
Tubos de ferro fundido com incrustações	0.36

Valores de m da fórmula de Kutter

$$C = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

Características da tubagem	Valores de m (m ^{1/2})
Tubos novos de ferro fundido ou betão	0.175
Tubos de ferro fundido em serviço corrente, com água não incrustante, novos de aço laminado	0.275
Tubos de ferro fundido usados	0.35
Tubos de ferro fundido com muitas incrustações e com águas sujas	0.45

Valores de K da fórmula de Strickler

$$v = K R^{2/3} j^{1/2}$$

Características da tubagem	Valores de K (m ^{1/3} /s)
Tubos de ferro fundido ou betão com muito uso e grandes incrustações	70
Tubos de ferro fundido em serviço corrente, condutas de betão com juntas frequentes	75
Condutas de chapa pouco espessa e com soldaduras salientes; de alvenaria bastante lisa; de ferro fundido novo	80
Condutas de betão muito liso; de chapa metálica sem soldaduras salientes; de fibrocimento	100
Tubos de ferro galvanizado	110
Tubos de cobre e latão, polietileno ou PVC	125

Valores de C_H da fórmula de Hazen-Wiliams

$$v = 0.849 C_H R^{0.63} j^{0.54}$$

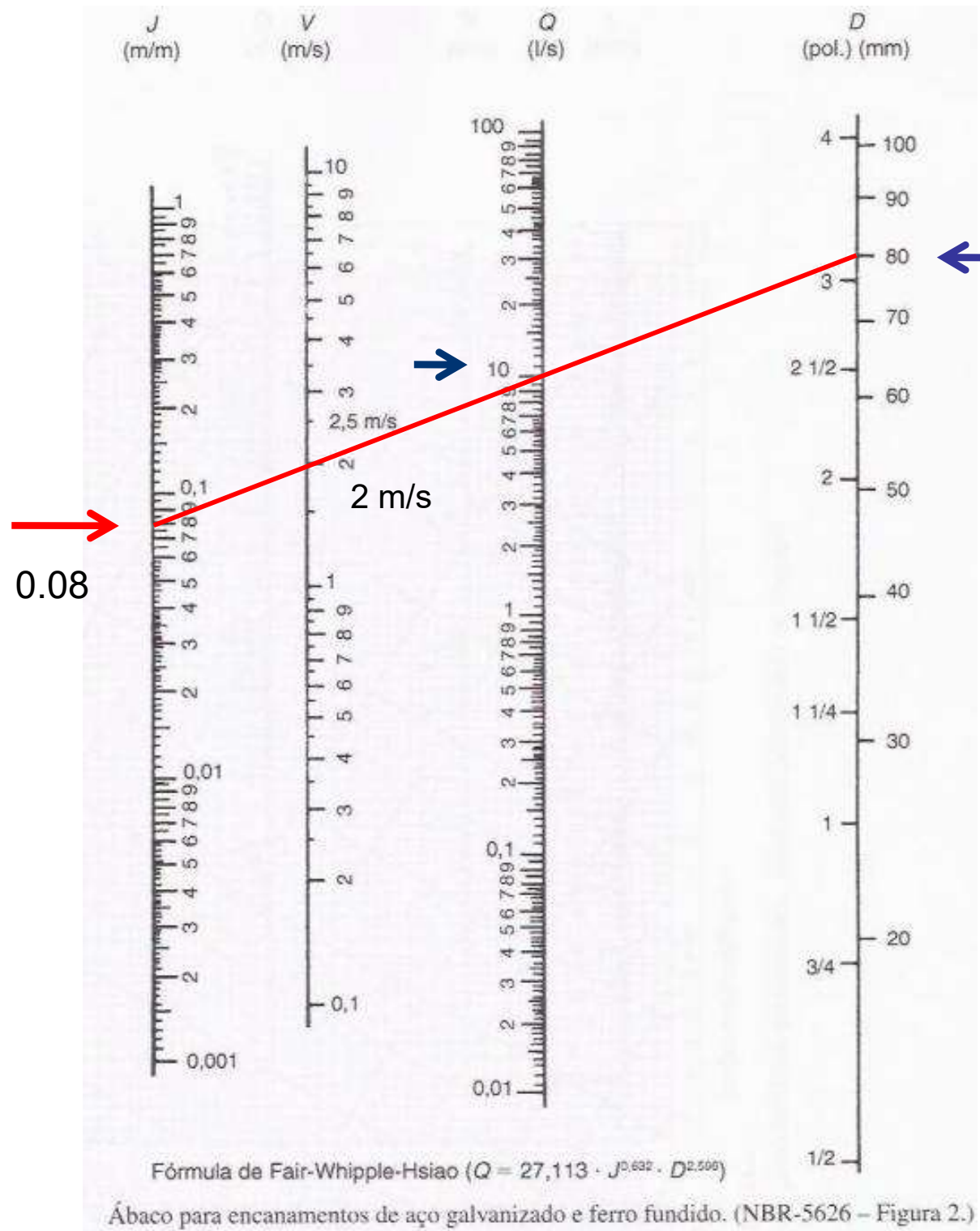
Material	C_H
Aço galvanizado	125
Ferro fundido novo	130
Ferro fundido usado	90
Alumínio	130
Plástico	140
Vidro	140

Valores de K da fórmula de Scobey

$$v = 23 \frac{D^{0.58} j^{0.53}}{K^{0.526}}$$

Material	K
Tubos de aço galvanizado com ligações	0.42
Tubos de alumínio	0.40
Tubos de aço novos	0.36
Tubos plásticos	0.32

Ábacos



D = 80 mm
Q = 10 L/s



Perda de carga em escoamentos turbulentos

- perda de carga singular -

Tubagens de diâmetro constante - regime uniforme - $\Delta H/L = j$

Alterações de diâmetro da tubagem ou direção do fluxo causa turbulência → **perda de carga adicional**

(nota: o movimento acelerado pode contrariar o efeito da turbulência)

Perdas de carga:

- contínua = $jL = \Delta H_c$
- acidentais, singulares ou locais

$$h_s = \zeta_s \frac{v^2}{2g}$$

Perda de carga total:

$$\Delta H_T = \Delta H_c + \sum h_s$$

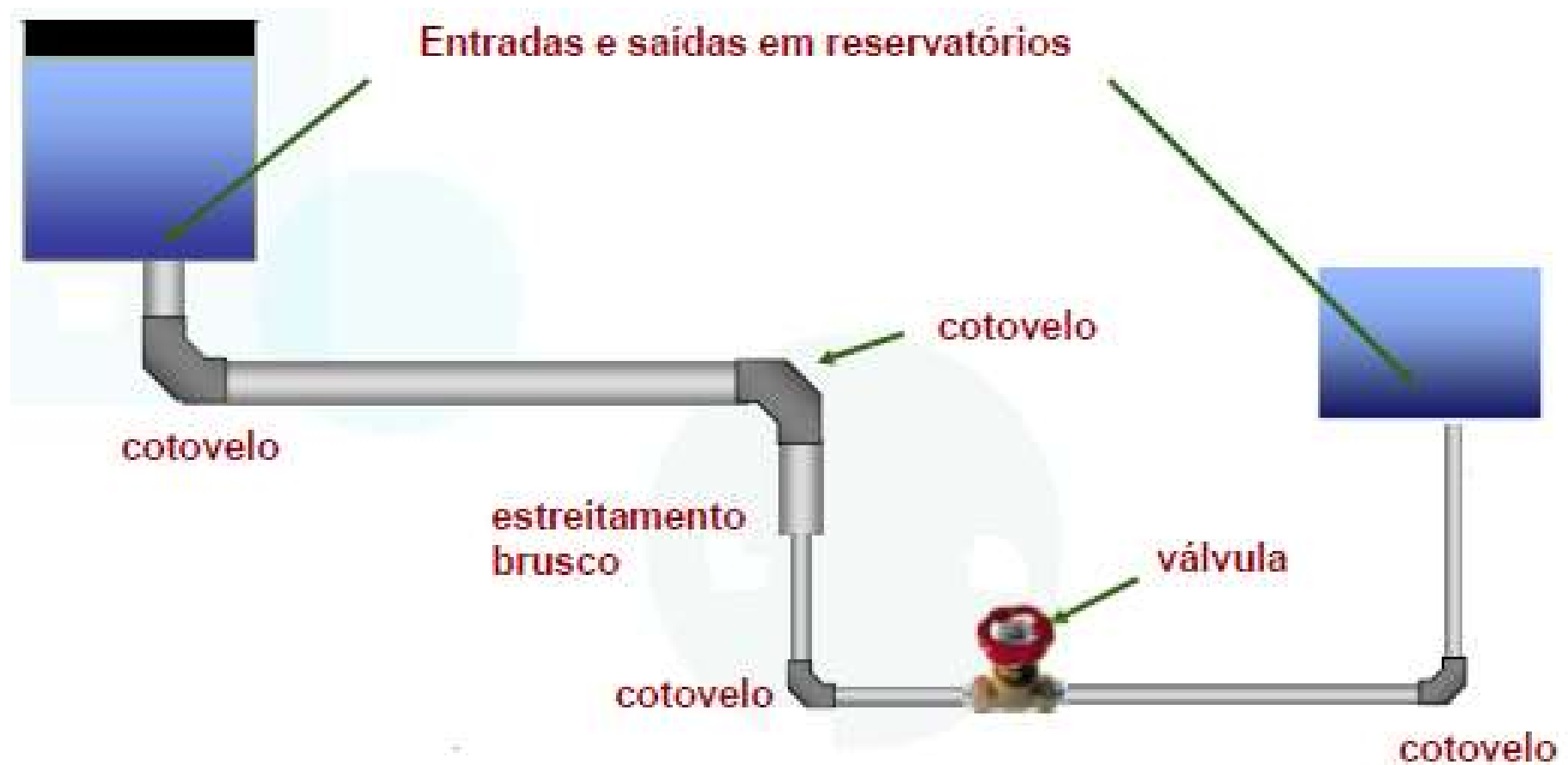
Perdas de carga singulares

na entrada/saída de reservatórios

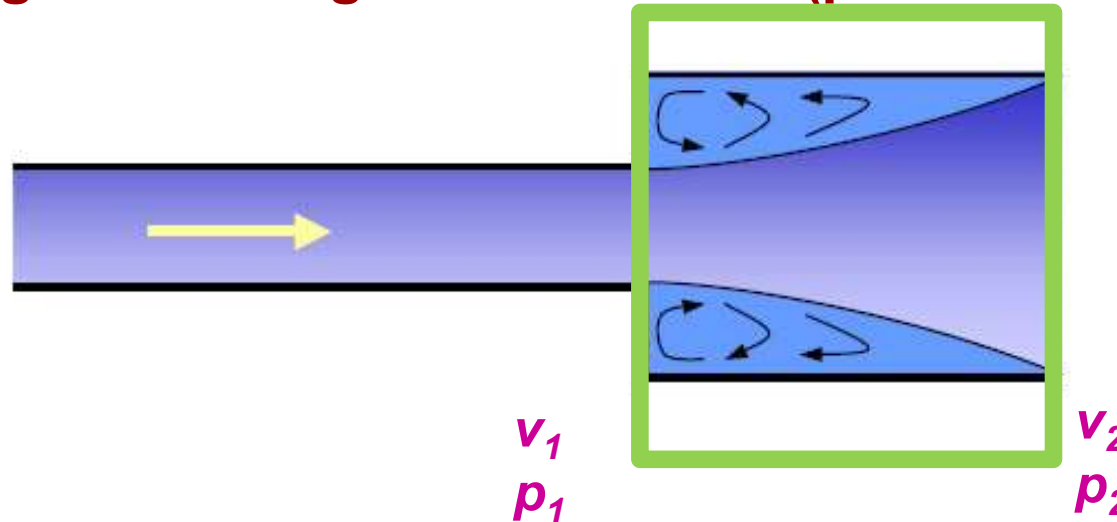
alargamentos/estreitamentos

mudanças de direcção (curvas, joelhos, tês)

restrições ao escoamento (válvulas)



Perda de carga num alargamento brusco (perda de Borda)



Volume de
controle

$$p_1 A_1 + p_1 (A_2 - A_1) - p_2 A_2 = \rho Q (v_2 - v_1)$$

Teorema de Euler

$$(p_1 - p_2) A_2 = \rho (A_2 v_2^2 - A_1 v_1^2)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{2v_2^2}{2g} - \frac{A_1}{A_2} \frac{2v_1^2}{2g}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_s$$

Teorema de Bernouli

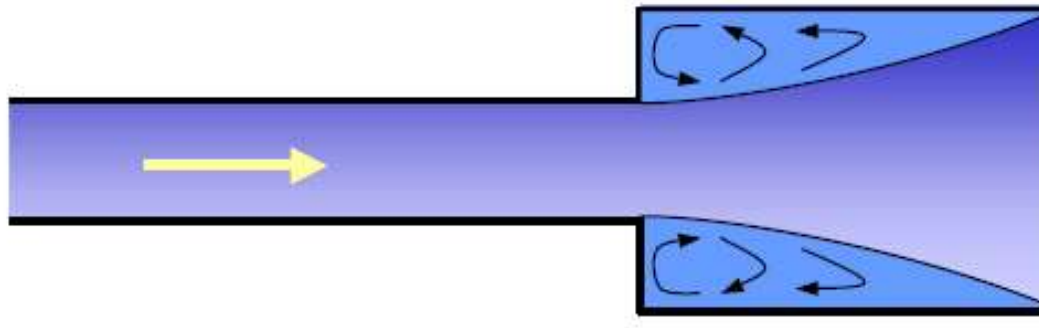
$$\frac{2v_2^2}{2g} - 2 \frac{A_1}{A_2} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} = h_s$$

Pr Continuidade

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$h_s = \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \frac{v_1^2}{2g}$$

Perda de carga num alargamento brusco (perda de Borda)



$$h_s = \zeta \frac{v_1^2}{2g}$$

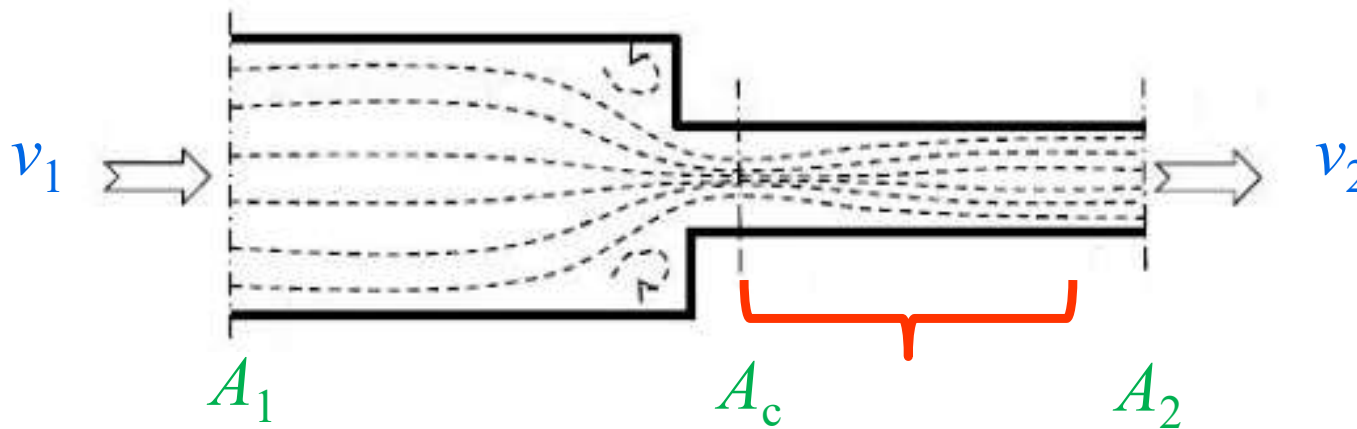
$$\zeta = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

Caso particular: entrada num grande reservatório

$$A_2 \gg A_1 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} \approx 0 \Rightarrow \zeta = 1$$

➔ **perde-se toda a energia cinética**

Perda de carga num estreitamento brusco



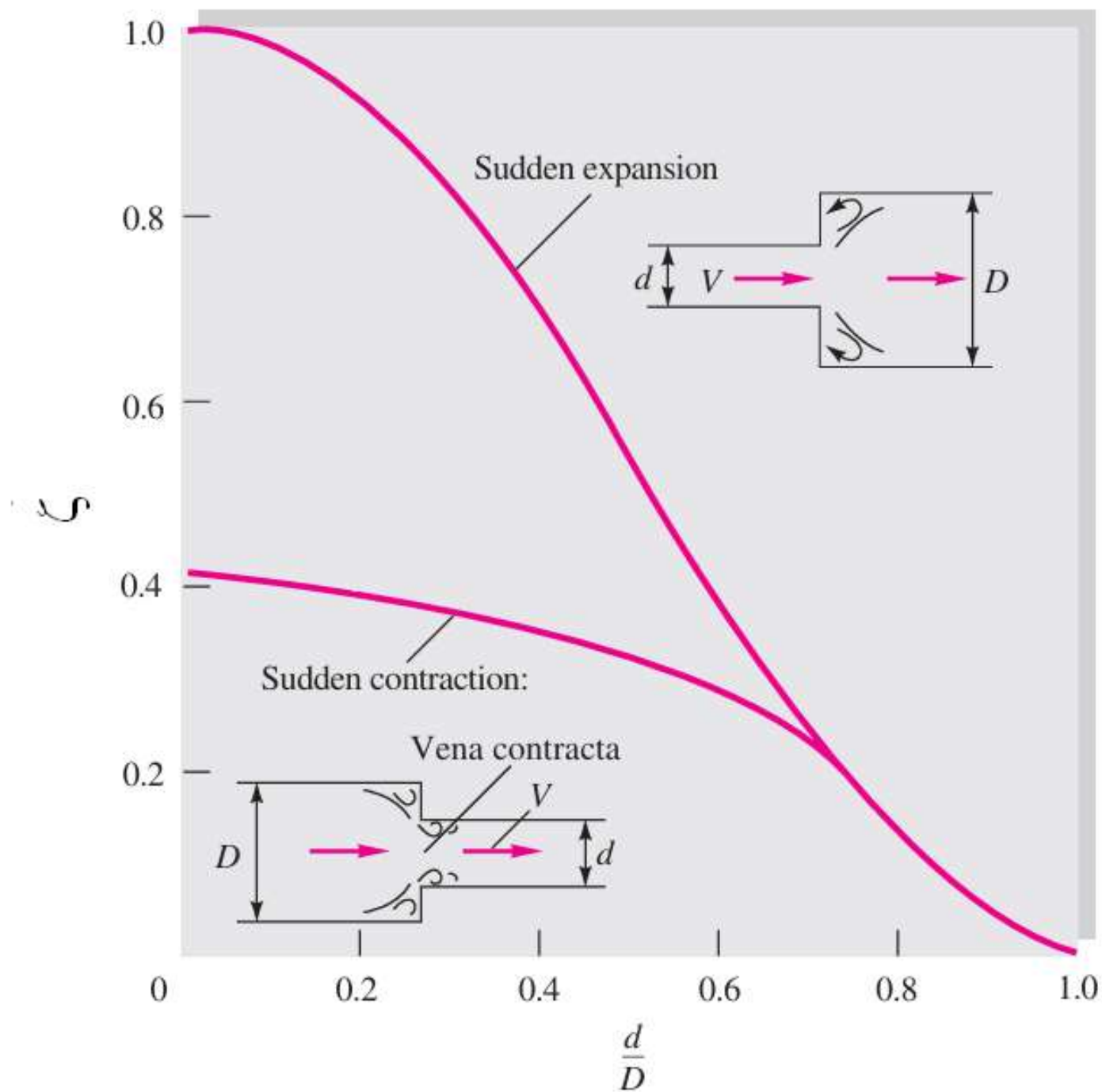
A perda de carga é fundamentalmente devida à expansão que ocorre após a secção contraída

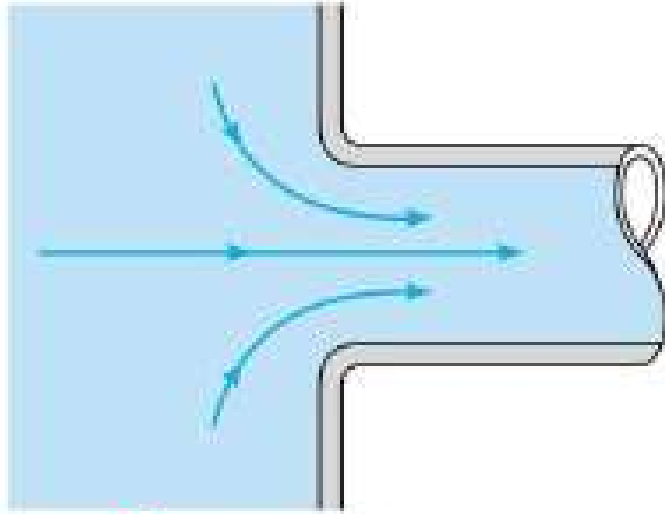
$$h_s = \zeta \frac{v_2^2}{2g}$$

A_2/A_1	0.01	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
ζ	0.49	0.45	0.42	0.33	0.22	0.13	0.00

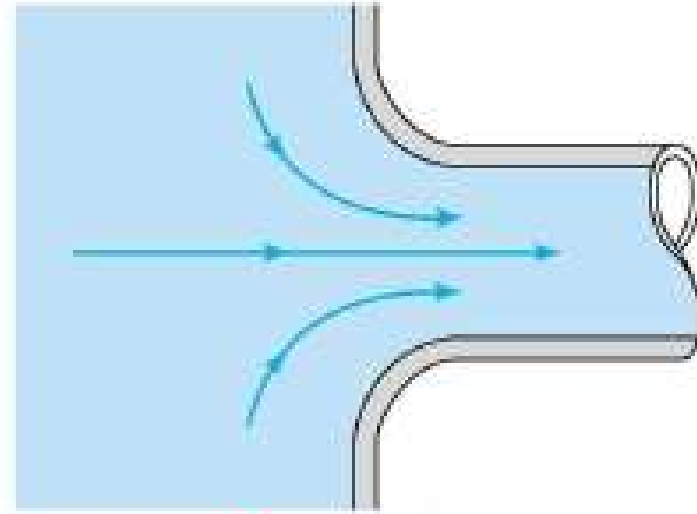
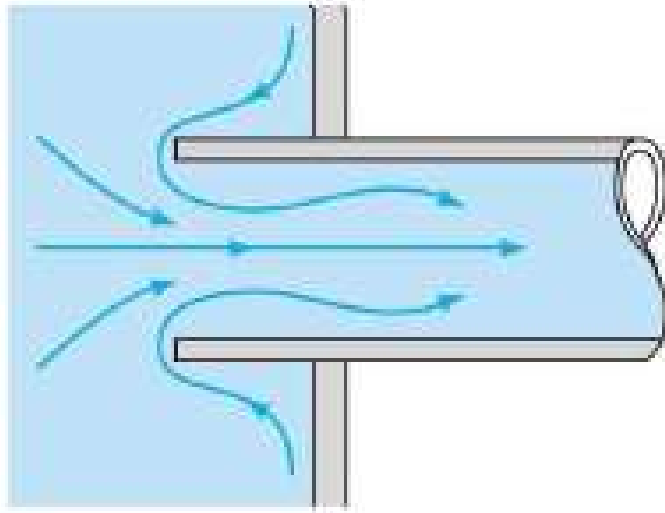
→ na passagem de um reservatório para uma conduta

$$h_s = 0.5 \frac{v_2^2}{2g}$$

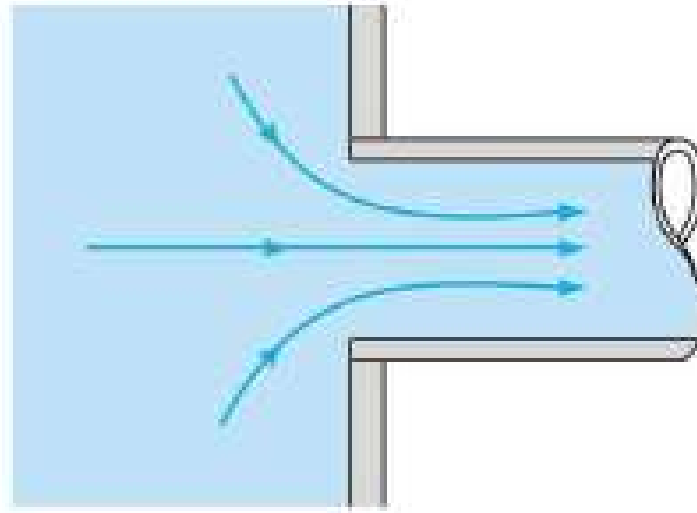




$$\xi = 0.8$$

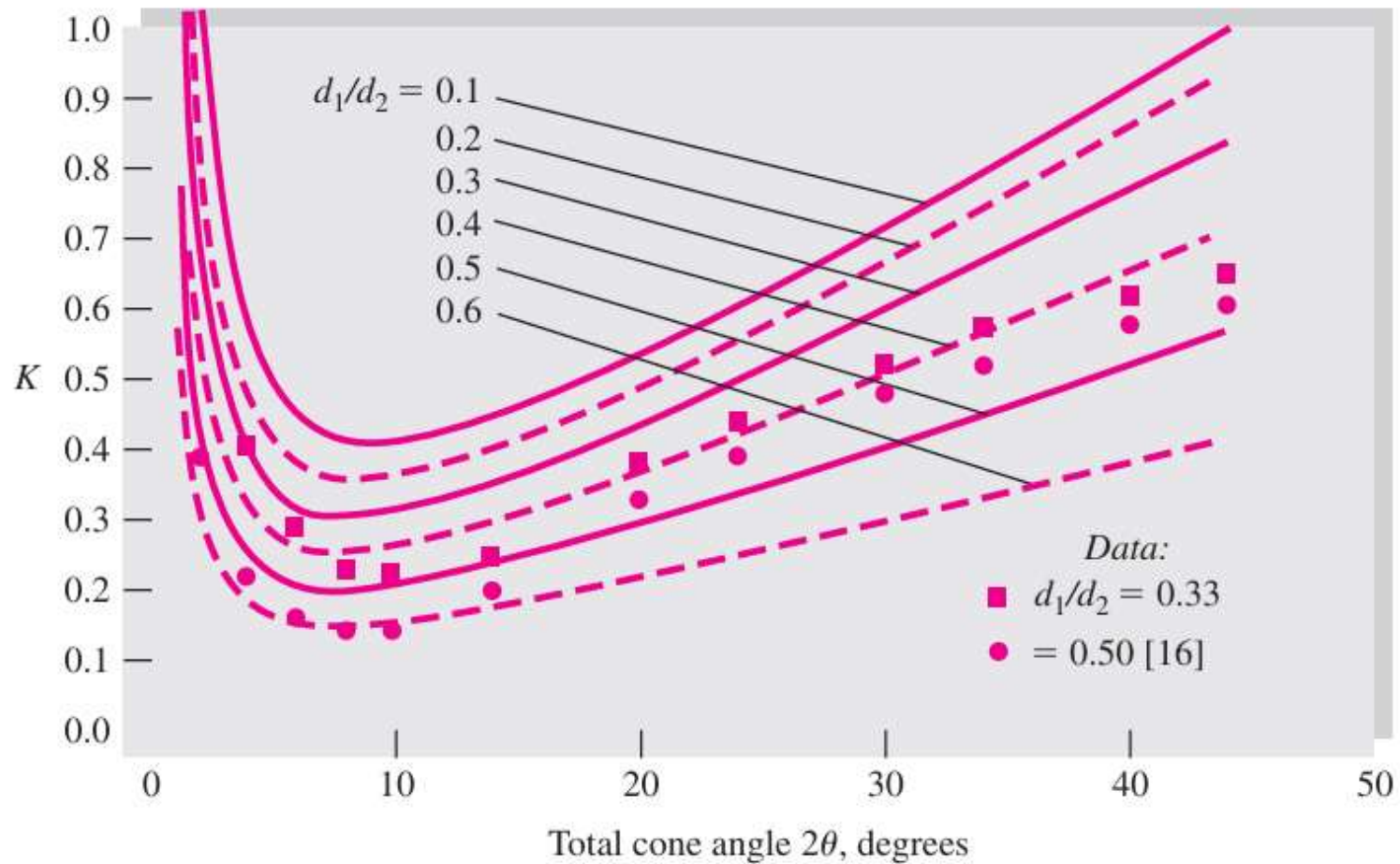
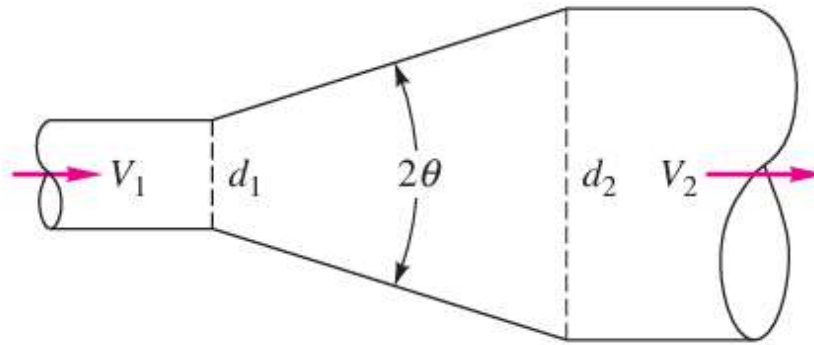


$$\xi = 0.2$$



$$\xi = 0.5$$

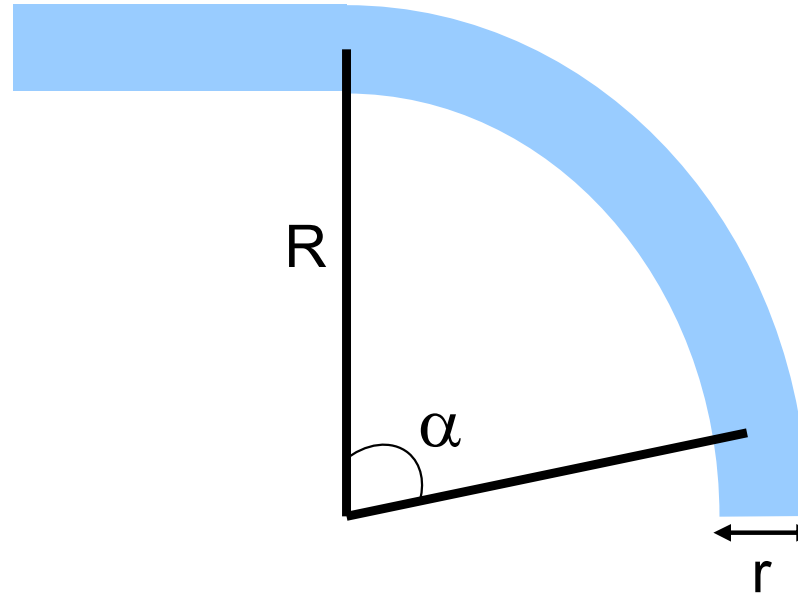
Perda de carga num alargamento gradual



Curvas

$$h_s = \zeta \frac{\alpha}{90^\circ} \frac{v^2}{2g}$$

$$\zeta = 0.131 + 1.847 \left(\frac{r}{R} \right)^{3.5}$$



r/R	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
ζ	0.131	0.138	0.158	0.206	0.294	0.440	0.661	0.977	1.408	1.978

Joelhos

$$h_s = \xi \frac{v^2}{2g}$$

$$\zeta = 0.946 \operatorname{sen}^2 \frac{\beta}{2} + 2.047 \operatorname{sen}^4 \frac{\beta}{2}$$



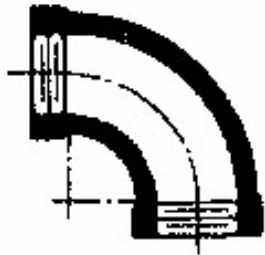
β	20°	40°	60°	80°	90°	100°	110°	120°	140°
ζ	0.030	0.139	0.364	0.740	0.984	1.260	1.556	1.861	2.431

Acessórios: Curvas e Tês



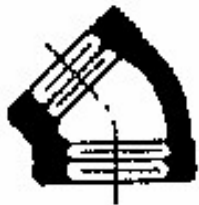
Curva a 90° normal, rosçada

$$\zeta \quad 0.55 \text{ a } 0.9$$



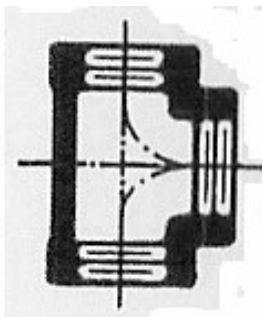
Curva a 90° de raio grande, rosçada

$$\zeta \quad 0.22 \text{ a } 0.60$$



Curva a 45° normal, rosçada

$$\zeta \quad 0.30 \text{ a } 0.42$$



T normal, rosçado

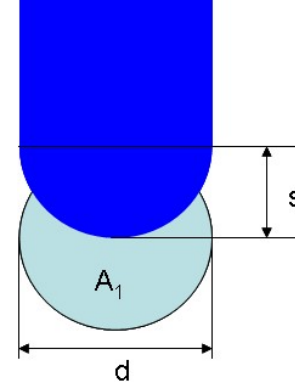
Da linha para o ramal: $\zeta \quad 0.85 \text{ a } 1.3$

Do ramal para a linha: $\zeta \quad 0.92 \text{ a } 2.15$

Válvulas



Válvula de adufa ou corrediça

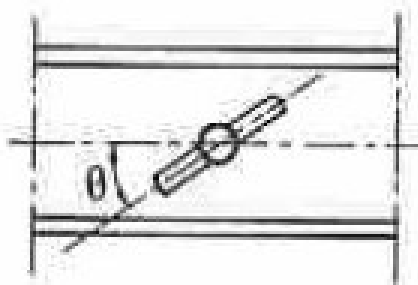


s/d	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8
A_1/A	0.948	0.856	0.740	0.609	0.466	0.315	0.159
ζ	0.07	0.26	0.81	2.06	5.52	17.0	97.8

c) válvulas de borboleta

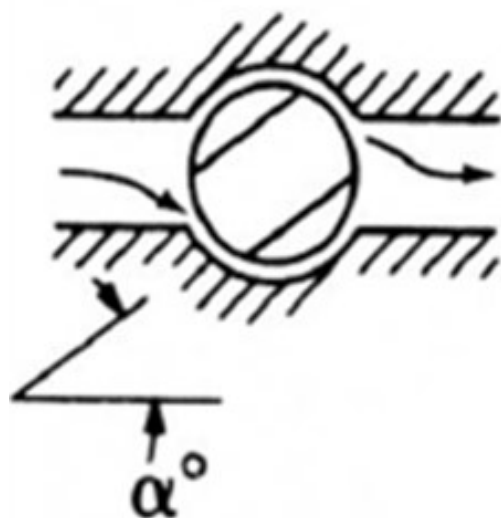
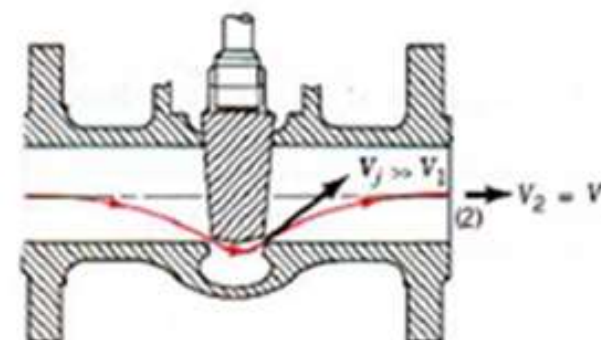
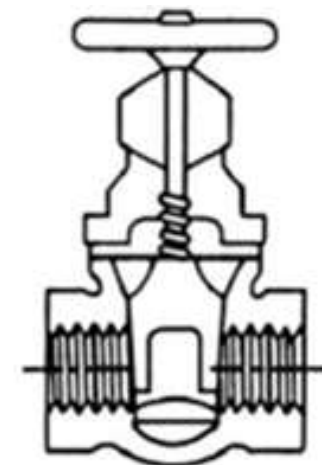


θ°	ζ	θ°	ζ	θ°	ζ	θ°	ζ
0		20	1.54	40	10.8	60	118
5	0.24	25	2.51	45	18.7	65	256
10	0.52	30	3.91	50	32.6	70	750
15	0.9	35	6.22	55	58.8	90	∞



válvula de cunha

Válvula de Cunha – Coef. de perda de carga localizada em função da percentagem de fecho							
%	0	¼	3/8	½	5/8	¾	7/8
ζ_s	0.15	0.26	0.81	2.06	5.52	17.0	97.8



válvula de esfera

Válvula de Esfera – Coef. de perda de carga localizada em função do ângulo de abertura									
α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
ζ_s	0,05	0,29	1,56	5,47	17,3	25,6	206	485	∞

Comprimento equivalente (λ_s)

é o comprimento λ_s do troço rectilíneo que provoca a mesma perda de carga contínua que a singularidade

$$j \lambda_s = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

Exemplo: no caso de j ser determinado pela equação de Darcy-Weisbach:

$$\frac{f}{D} \frac{v^2}{2g} \lambda_s = \zeta_s \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{f}{D} \lambda_s = \zeta_s$$

$$\lambda_s = \frac{D}{f} \zeta_s$$

Comprimento equivalente total (Λ)

$$\Lambda = L + \sum \lambda_s$$



$$\Delta H_T = \Delta H_c = j \Lambda = \frac{f}{D} \frac{v^2}{2g} \Lambda$$

Comprimentos Equivalentes em Conexões

Tabela de comprimentos equivalentes em metros de canalização, para cálculo das perdas de carga localizadas

Conexão		Diâmetro nominal X Equivalência em metros de canalização									
		Material	3/4"	1"	1 1/4"	1 1/2"	2"	2 1/2"	3"	4"	5"
Curva 90°		PVC	0,5	0,6	0,7	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,9
		Metal	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,3	1,6	2,1
Curva 45°		PVC	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
		Metal	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9
Joelho 90°		PVC	1,2	1,5	2,0	3,2	3,4	3,7	3,9	4,3	4,9
		Metal	0,7	0,8	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	3,4	4,2
Joelho 45°		PVC	0,5	0,7	1,0	1,3	1,5	1,7	1,8	1,9	2,5
		Metal	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	0,9	1,2	1,5	1,9
Tê de Passagem Direta		PVC	0,8	0,9	1,5	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	3,3
		Metal	0,4	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,6	2,1	2,7
Tê de Saída Lateral		PVC	2,4	3,1	4,6	7,3	7,6	7,8	8,0	8,3	10,0
		Metal	1,4	1,7	2,3	2,8	3,5	4,3	5,2	6,7	8,4
Tê de Saída Bilateral		PVC	2,4	3,1	4,6	7,3	7,6	7,8	8,0	8,3	10,0
		Metal	1,4	1,7	2,3	2,8	3,5	4,3	5,2	6,7	8,4
União		PVC	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,2	0,25
		Metal	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04

Importância relativa das perdas de carga singulares

- As perdas de carga localizadas **podem ser desprezadas** nas **tubagens longas** cujo comprimento exceda cerca de 4000 vezes o diâmetro.
- Podem ser também desprezadas quando a **velocidade é baixa** e o **número de acidentes é pequeno**.
- As perdas de carga singulares **têm que ser contabilizadas** em tubagens curtas com **grande número** de acidentes.
- Quando o **número de acidentes é muito elevado**, tornando o cálculo fastidioso, pode atribuir-se às perdas de carga singulares uma % da perda de carga contínua (20% em sistemas de rega sob pressão)

$$\Sigma h_s = 20\% \Delta H_C$$

$$\Delta H_T = 1.20 \Delta H_C$$

Velocidades normalmente usadas em projecto

- de um modo geral a velocidade dentro das tubagens deve estar compreendida entre 0.5 e 2.5 m/s
- estes limites foram estabelecidos empiricamente e representam um equilíbrio entre custo de investimento (aquisição das tubagens) e custos de operação (despesas com energia para bombagem)
- **velocidade muito baixa:**
 - tubagens de grande diâmetro (maior custo)
 - possibilidade de sedimentação
- **velocidade muito elevada:**
 - maiores pressões → risco de rebentamento / tubagens mais resistentes
 - maior perda de carga → maior necessidade de bombagem → maiores custos de energia