Hidráulica – Aula nº 2

Licenciatura em Engª Agronómica /Ambente

Hidrocinemática

DCEB - Secção de Engenharia Rural

Classificação do escoamento

Com base na variação temporal

Escoamento permanente ou estacionário

A velocidade do fluido numa determinada secção de escoamento não varia com o tempo.

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0}$$

Escoamento variável

Em cada secção de escoamento a velocidade do fluido varia ao longo do tempo. É o caso mais geral do escoamento

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \neq 0}$$

Classificação do escoamento

Com base na variação espacial

Escoamento uniforme

A velocidade do fluido é a mesma ao longo da trajectória

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial s} = 0}$$

Escoamento não uniforme

A velocidade do fluido varia ao longo da trajectória

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial s} \neq 0}$$

Classificação do escoamento

Com base na variação espacial e temporal

Escoamento permanente uniforme

Mesmas condições ao longo do espaço e do tempo

Exemplo: escoamento num tubo horizontal de diâmetro constante

Escoamento permanente não uniforme

Mesmas condições ao longo do tempo mas diferentes de ponto para ponto

Exemplo: escoamento num tubo horizontal de diâmetro variável

Escoamento variável uniforme

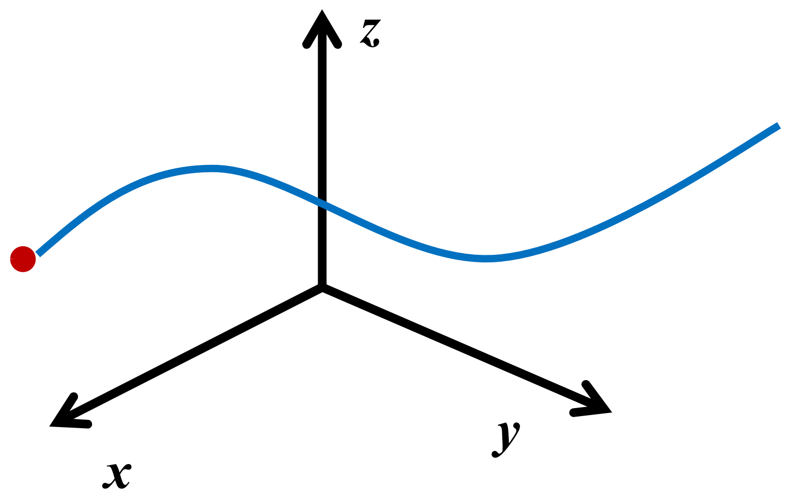
Condições variáveis ao longo do tempo mas iguais de ponto para ponto

Exemplo: escoamento acelerado num tubo horizontal de diâmetro constante

Escoamento variável não uniforme

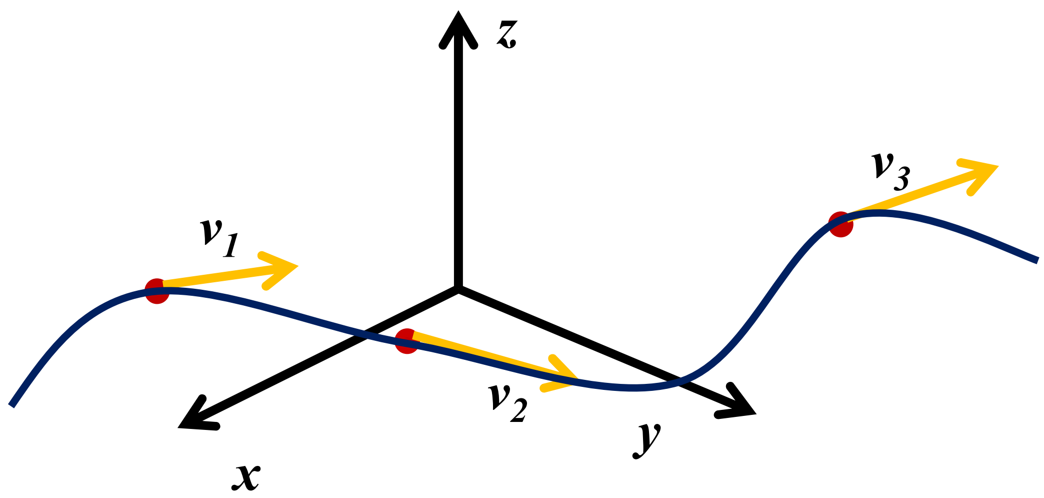
Condições variáveis ao longo do tempo e do espaço

Trajectória: linha que indica a posição **duma partícula** **ao longo do tempo**



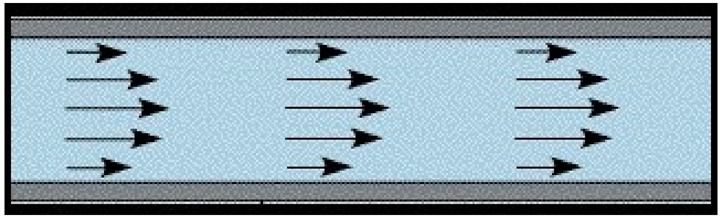
Linha de corrente: linha que representa a direcção do fluxo **duma série de partículas** **num determinado instante**. As tangentes a esta linha em qualquer ponto indicam a direcção do fluxo nesse ponto (ou seja, a linha de corrente é tangente ao vector velocidade).

- as linhas de corrente não se cruzam
- o fluido não atravessa uma linha de corrente
- junto a uma fronteira sólida as linhas de corrente são paralelas a essa fronteira

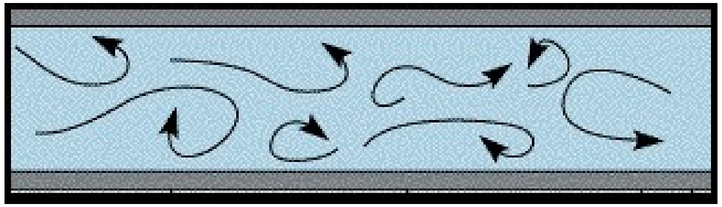


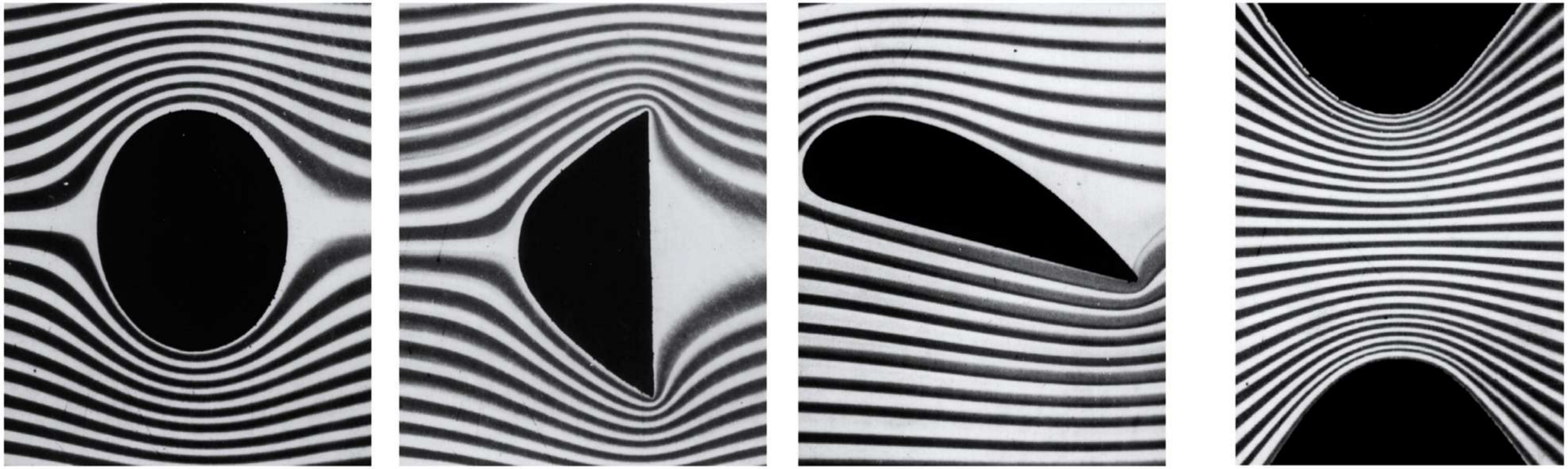
Nos escoamentos permanentes as linhas de corrente e as trajectórias coincidem

Fluxo laminar: o movimento das partículas é ordenado e elas movem-se segundo camadas (ou lâminas) que deslizam umas sobre as outras sem que ocorra mistura. As partículas mantêm as mesmas posições relativas ao longo do tempo



Fluxo turbulento: o movimento das partículas é muito irregular





(a) (b) (c) (d)

FIGURA 14.20 (a) (b) (c) Escoamento laminar em torno de obstáculos com formas diferentes. (d) Escoamento através de um canal com seção reta variável.

Número de Reynolds: coeficiente adimensional

$$\boxed{\Re_e = \frac{\rho\, v\, D}{\mu}}$$

Forças de inércia

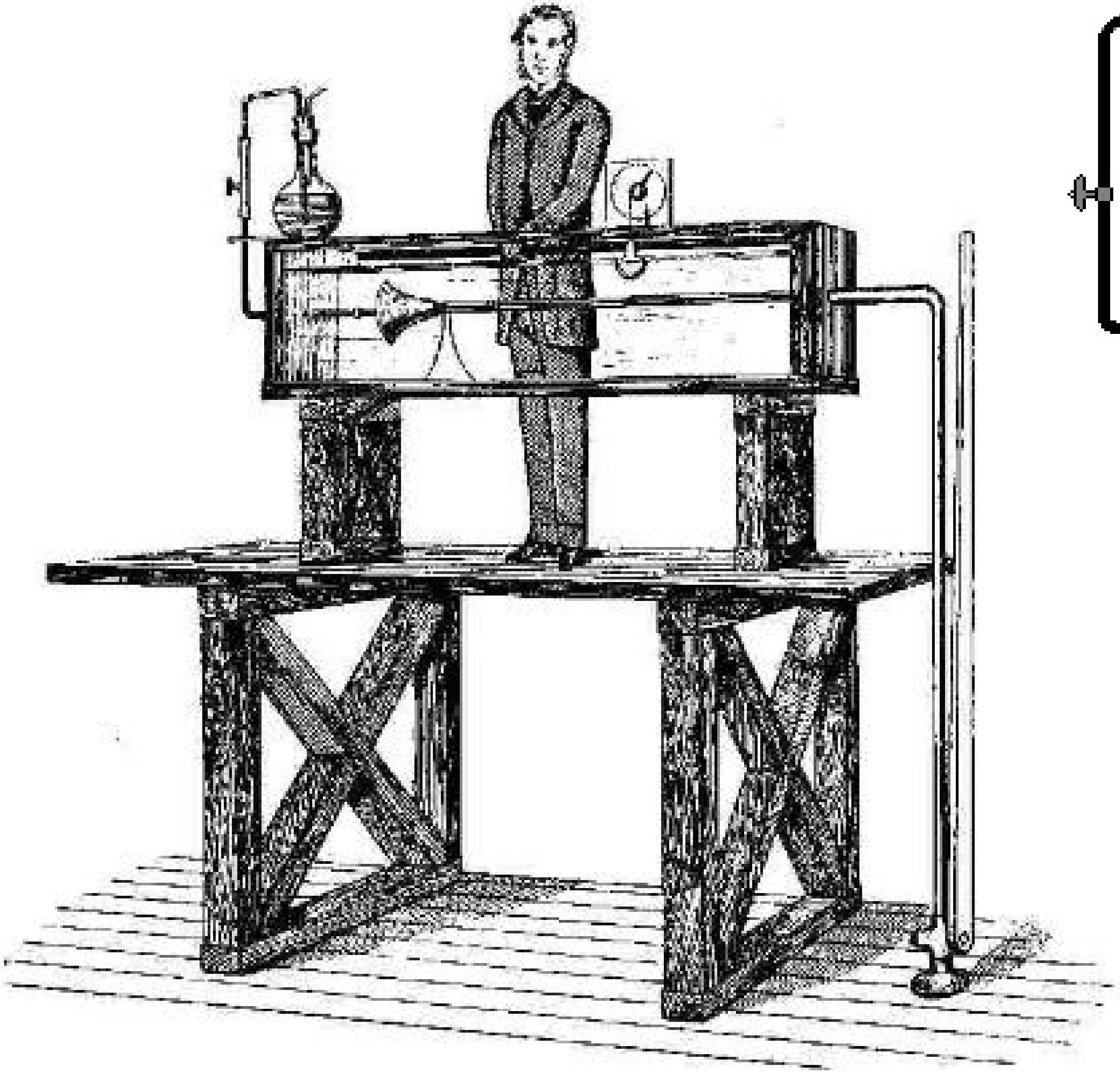
Forças viscosas

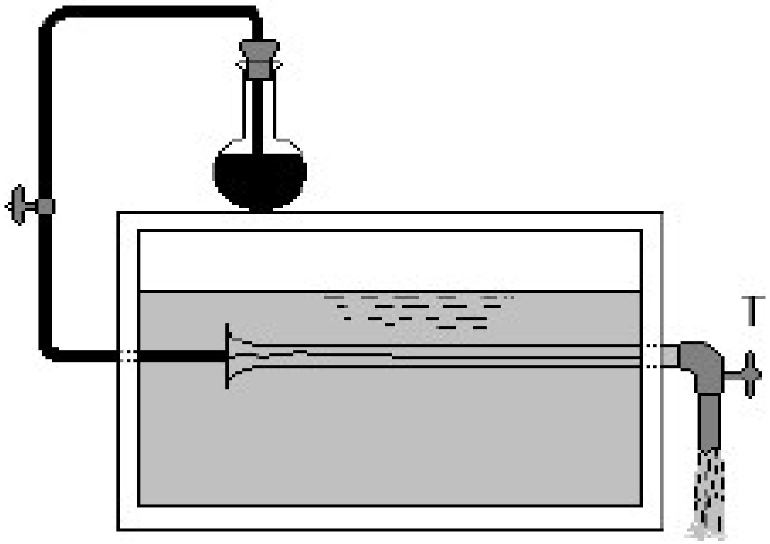
$$\Re_e = \frac{v\, D}{\upsilon}$$

- $\mathcal{R}$e < 2300 --- **Fluxo laminar**
  - velocidade pequena
  - diâmetro pequeno
  - viscosidade elevada

- $\mathcal{R}$e > 4000 --- **Fluxo turbulento**

- 2300 < $\mathcal{R}$e < 4000 --- **Zona crítica ou de transição**




T

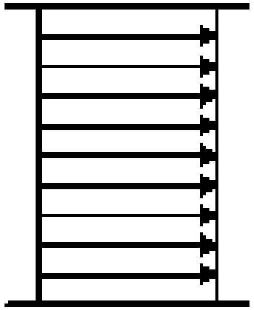
Experiência de Reynolds

$\mathcal{R}e < 2300$

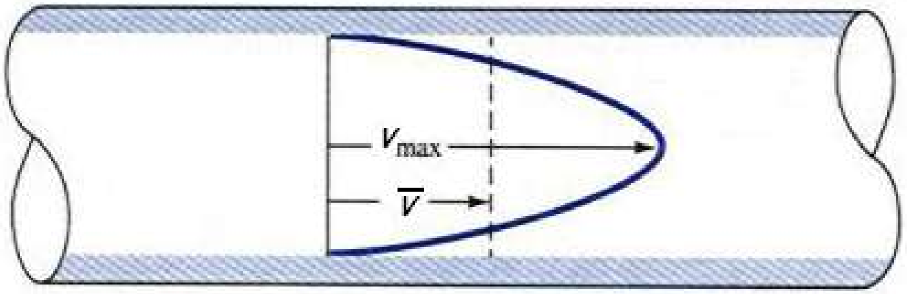
$\mathcal{R}e > 4000$

Perfil das velocidades

Fluido ideal (sem viscosidade)



Escoamento laminar

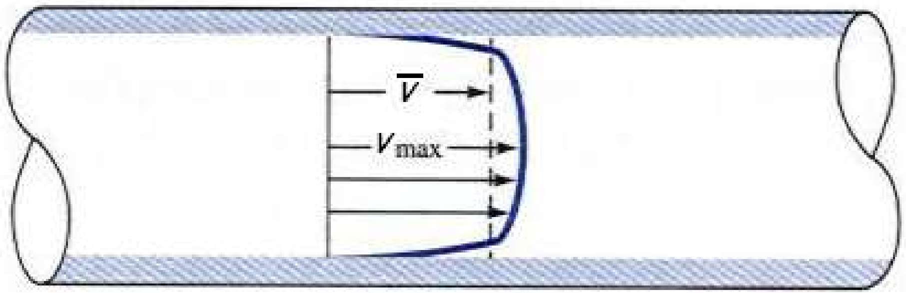


Perfil das velocidades é parabólico

$v = 0$ junto da parede,

$v = v_{max}$ no centro do tubo

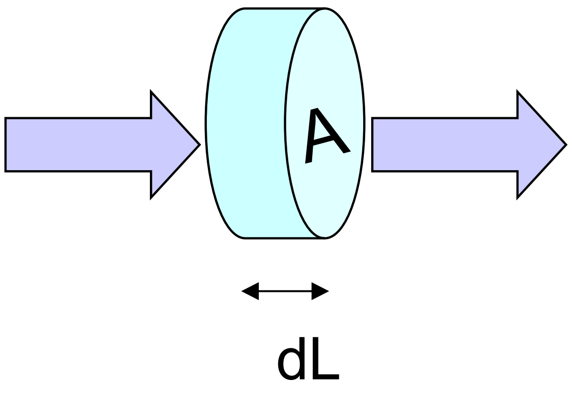
Escoamento turbulento



Distribuição das velocidades praticamente uniforme

Distribuição de velocidades parabólica ~ fluxo laminar

Caudal: **Volume de fluido que atravessa uma determinada secção por unidade de tempo**



Eq. definição de caudal:

$$\boxed{Q = \frac{dV}{dt}}$$

onde

$$\boxed{dV = A\,dL}$$

***V* – volume**
***v* - velocidade**

$$\boxed{Q = \frac{A\,dL}{dt}}$$

velocidade

logo

$$\boxed{Q = A\,v}$$

m^2 $\quad$ $m\ s^{-1}$

Quando aplicada a um tubo de corrente

$$\boxed{Q = A\,\bar{v}}$$

velocidade média - velocidade hipotética, constante ao longo de toda a secção do tubo

Princípios de conservação

- Conservação da massa
- Conservação da energia
- Conservação da quantidade de movimento

Princípio da continuidade

(Princípio da conservação da massa)

Relembrar:

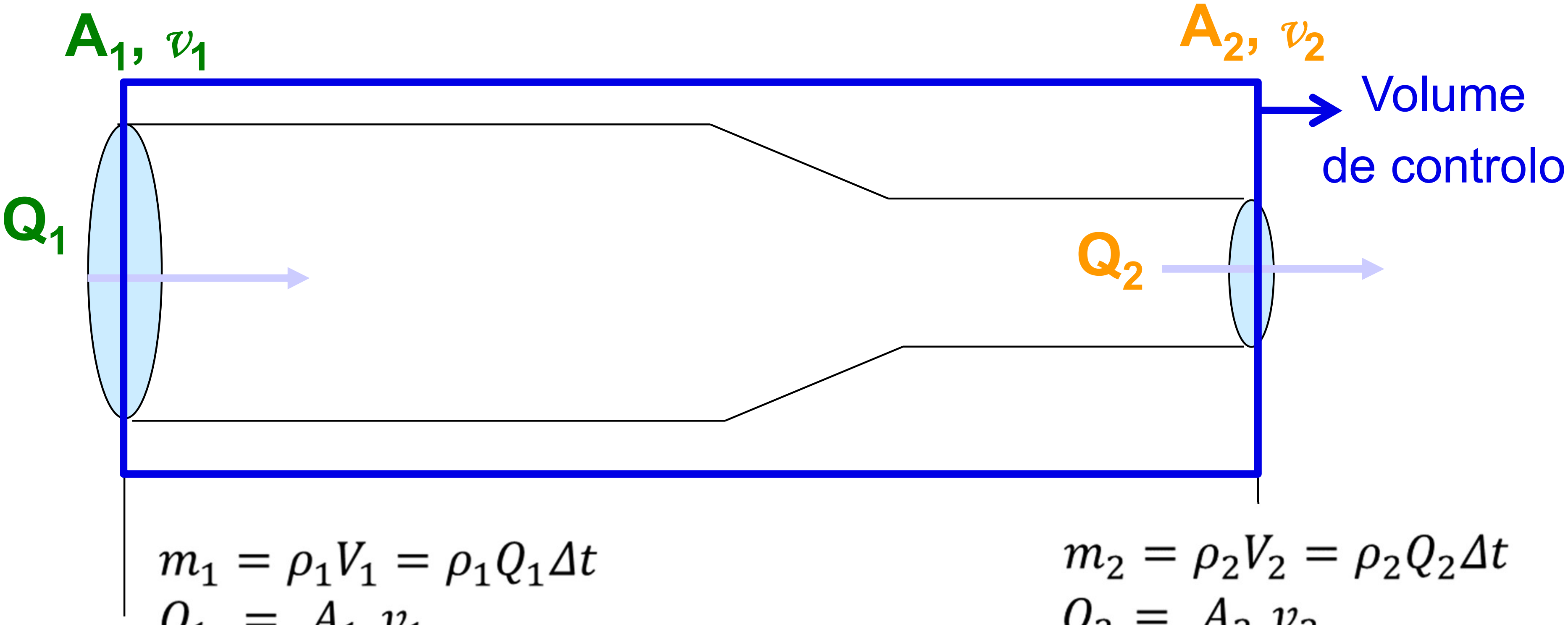
Equação geral dum balanço

$$\Delta Az = \text{entradas} - \text{saídas} + \underset{\text{no sistema}}{\text{gerado}} - \underset{\text{pelo sistema}}{\text{consumido}}$$

Em regime permanente:

$$\Delta Az = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{entradas} = \text{saídas}$$

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$



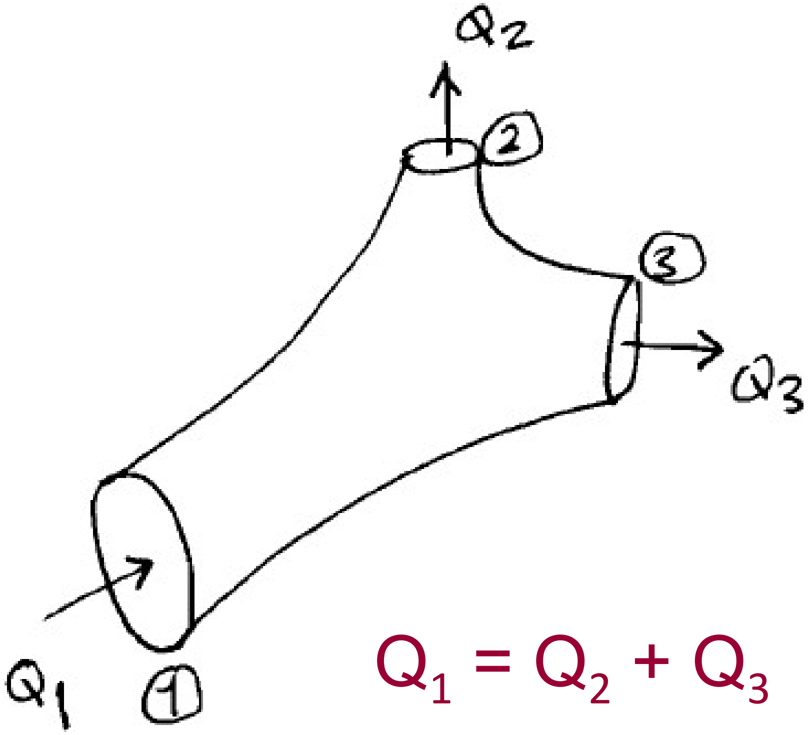
$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 Q_1 \Delta t$$
$$Q_1 = A_1 \; v_1$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 Q_2 \Delta t$$
$$Q_2 = A_2 \; v_2$$

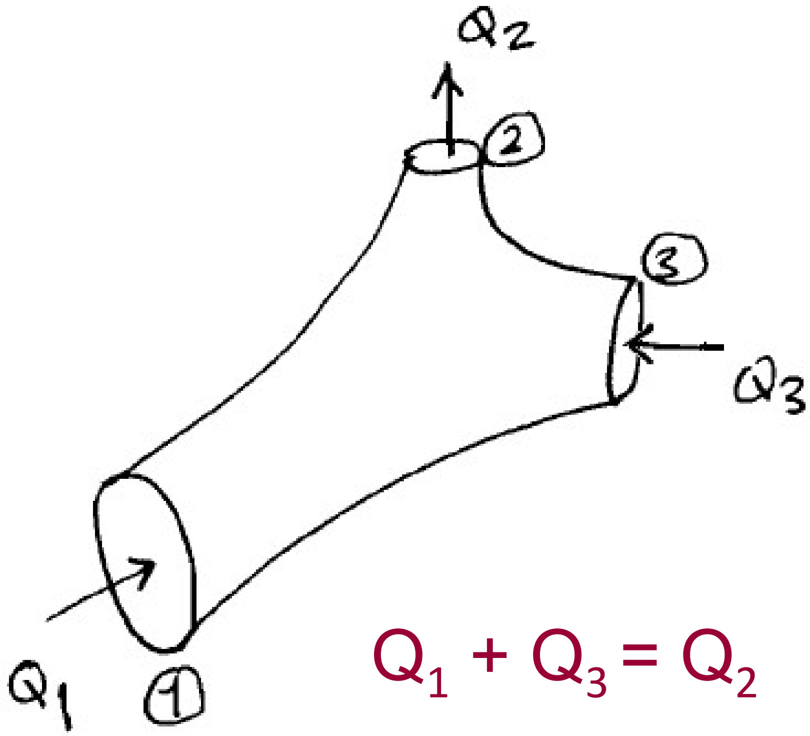
$$m_1 = m_2$$

Em regime permanente, e sendo o liquido <u>incompressível</u>, os caudais que atravessam as secções rectas de escoamento A_1 e A_2 são iguais

$$A_1 \; v_1 = A_2 \; v_2 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1}$$



$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$



$$Q_1 + Q_3 = Q_2$$

$$\boxed{Q_{entrada} = Q_{saida}}$$

Teorema de Euler

(Princípio da conservação da quantidade de movimento)

Aplicações:

- determinação da força que um fluido exerce sobre as paredes da conduta (cálculo de maciços de amarração)
    - curvas
    - estreitamentos ou alargamentos
    - bifurcações
- determinação da força de um jacto sobre uma parede
- determinação das alturas conjugadas do ressalto hidráulico

Teorema de Bernoulli

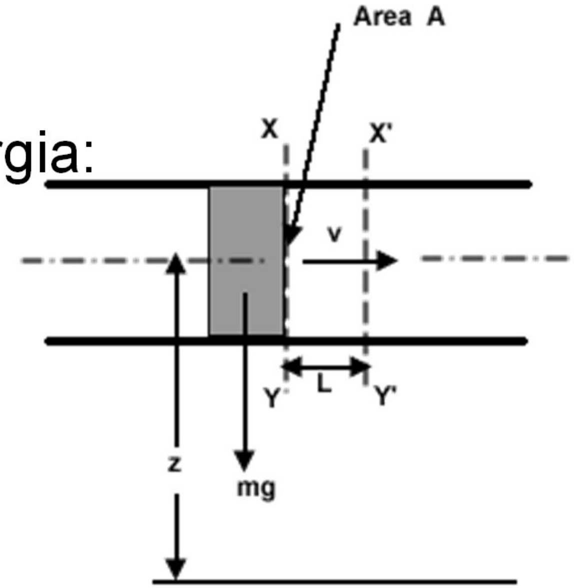
(Princípio da conservação da energia)

Considere-se um elemento de fluido num tubo.

Este elemento possui as seguintes formas de energia:

- Energia potencial = mgz
- Energia cinética = ½ mv^2
- Energia devida à pressão = p m / ρ

[E=W = F d = pAL= pV = p m/ρ]



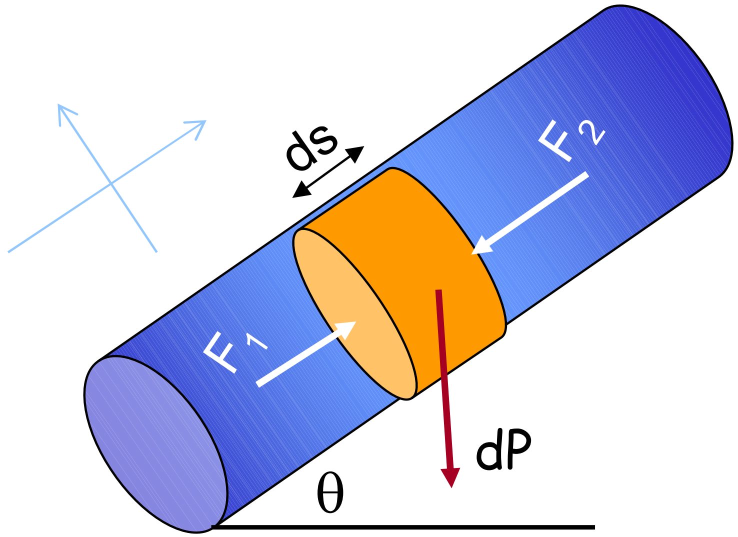
Energia total = energia potencial + energia cinética + energia de pressão

desprezam-se as variações de temperatura (energia interna)

	Energia potencial	Energia cinética	Energia da pressão	Unidade
Energia por unidade de volume	$\rho\ g\ z$	$\frac{1}{2}\ \rho\ v^2$	p	Pa
Energia por unidade de massa	$g\ z$	$\frac{1}{2}\ v^2$	p/ρ	$m^2\ s^{-2}$
Energia por unidade de peso	z	$\frac{1}{2}v^2/g$	p/γ	m

alturas

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$ 2ª lei de Newton



$$p_1 \cdot dA - p_2 \cdot dA - dP \cdot sen\,\theta = d(m \cdot a)$$

$$p \cdot dA - (p + \frac{\partial p}{\partial s} ds) dA - dm \cdot g \cdot sen\,\theta = dm \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial s} \cdot ds \cdot dA - \rho \cdot dV \cdot g \cdot sen\,\theta = \rho \cdot dV \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} \frac{ds}{dt} \right)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial s} \cdot ds \cdot dA - \rho \cdot dA \cdot ds \cdot g \cdot sen\,\theta = \rho \cdot dA \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} v \right)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial s} \cdot ds \cdot dA - \rho \cdot dA \cdot dz \cdot g = \rho \cdot dA \cdot ds \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} \right) \right]$$

$$dm = \rho \cdot dV$$

$$ds = v \cdot dt \qquad dV = dA \cdot ds$$

$$dz = ds \cdot \mathrm{sen}\,\theta$$

dividindo por $\rho\, g\, dA\, ds$

$$\frac{\partial p}{\partial s} \frac{1}{\rho g} + \frac{dz}{ds} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g} \right) = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\gamma}+z+\frac{v^2}{2g}\right)=-\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$$

Em regime permanente: $\frac{\partial v}{\partial t}=0$

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\gamma}+z+\frac{v^2}{2g}\right)=0$$

o que significa :

$$\frac{p}{\gamma}+z+\frac{v^2}{2g}=\text{constante}$$

energia por unidade de peso

$$p+\rho g z+\frac{1}{2}\rho v^2=\text{constante}$$

energia por unidade de volume

Teorema de Bernoulli (válido para uma linha de corrente)

Teorema de Bernoulli

Pressupostos

- fluido incompressível (ρ constante)
- fluido ideal (sem viscosidade → ausência de forças resistentes)
- sem ganhos ou perdas de energia (bombas/turbinas)
- regime permanente

+

- fluxo irrotacional → a constante é igual para todas as linhas de corrente

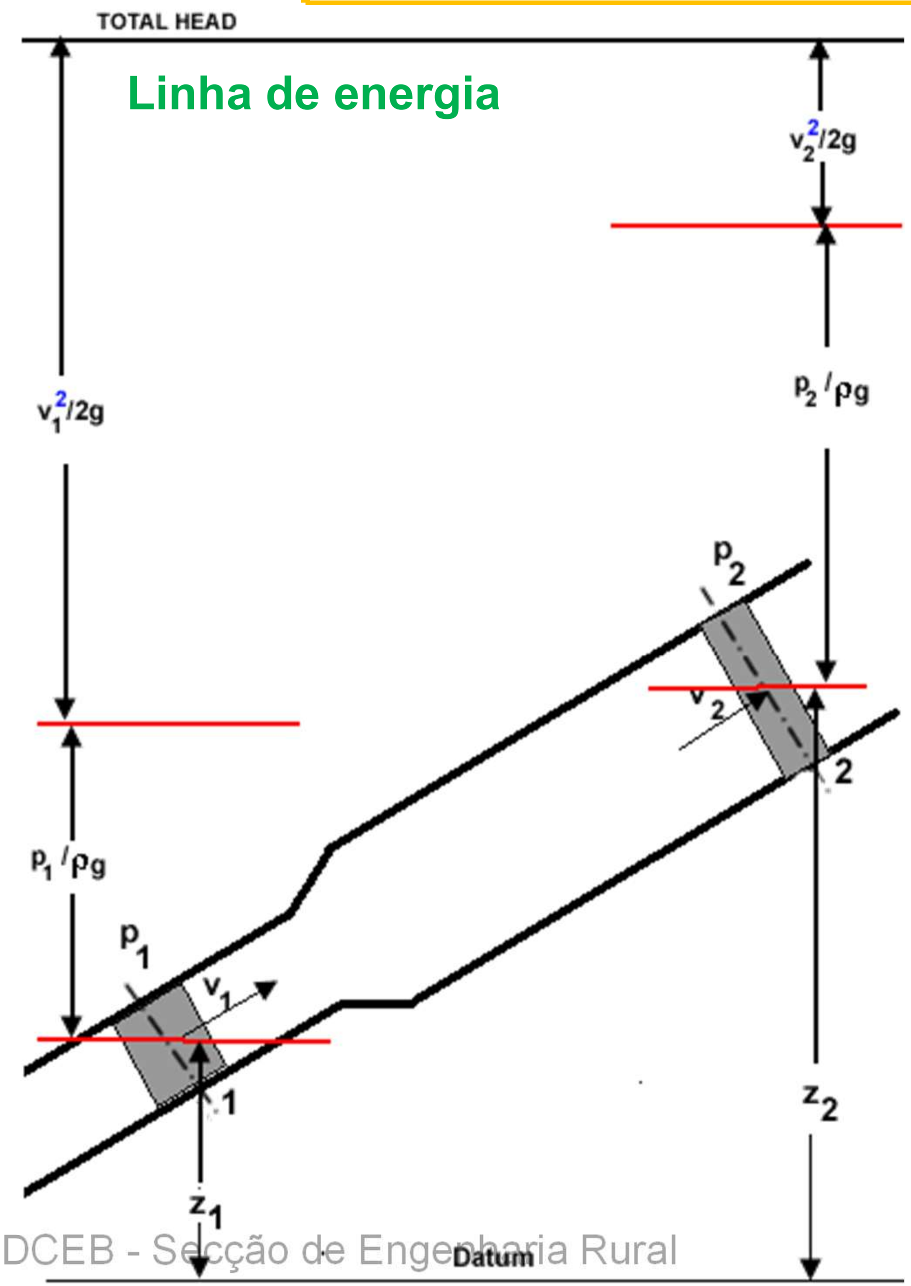
$$\frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g} = \text{constante} = \text{H}$$

Altura representativa da pressão = altura piezométrica

Cota geométrica

Altura cinética

Carga total



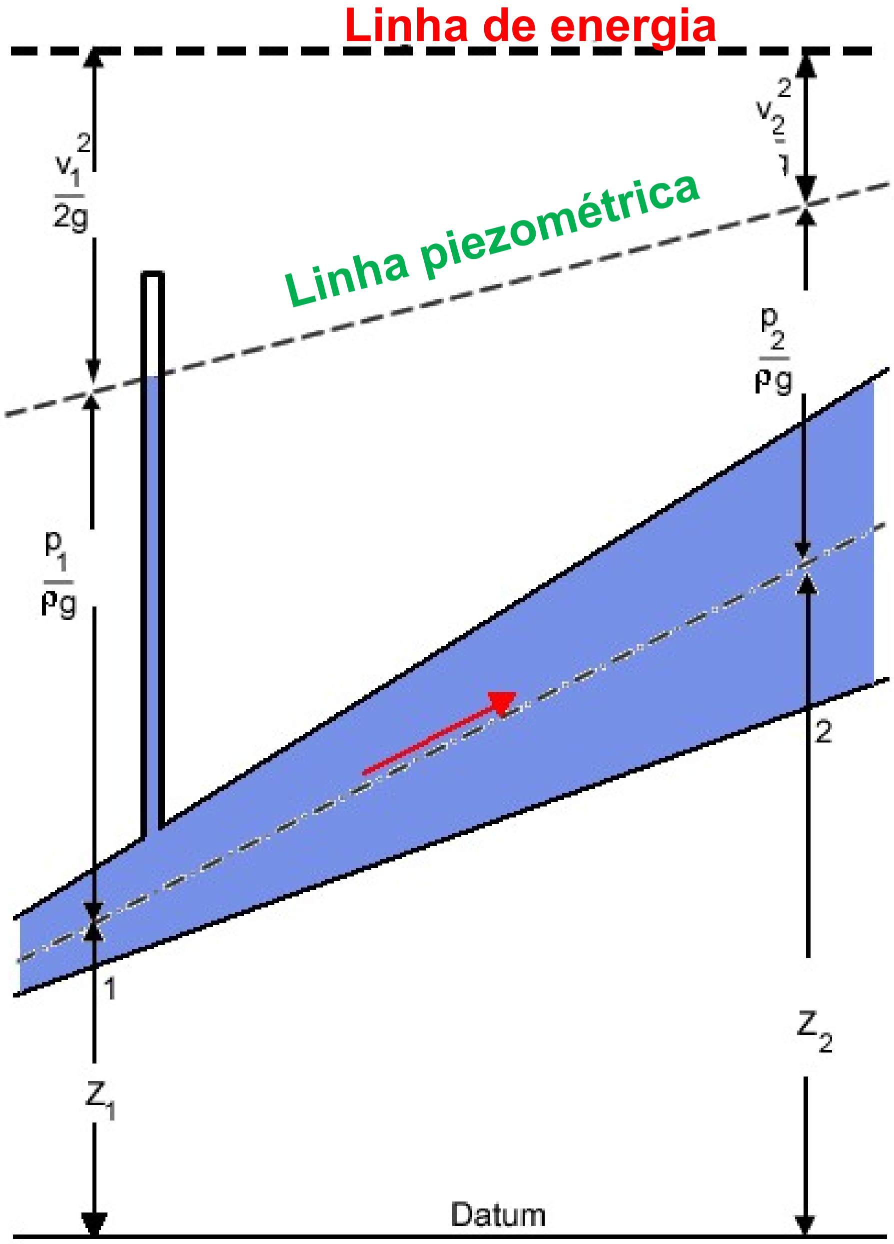
Quando o fluido se desloca da secção 1 para a secção 2, as diferentes alturas variam mas a carga total permanece constante (não há perda de energia)

Princípio da conservação da energia

Linha de energia (ou das cargas totais): representação gráfica das componentes de energia do Teorema de Bernoulli (cota + altura piezométrica + altura cinética)

Num fluido ideal (sem viscosidade) a linha da carga total é **horizontal** (não há perda de energia)

Linha piezométrica: representa a carga piezométrica (cota + altura piezométrica). Coincide com a linha de energia num fluido em repouso ($v = 0$)



Aplicações da equação de Bernoulli

Velocidade de descarga através de um orifício num reservatório de grandes dimensões

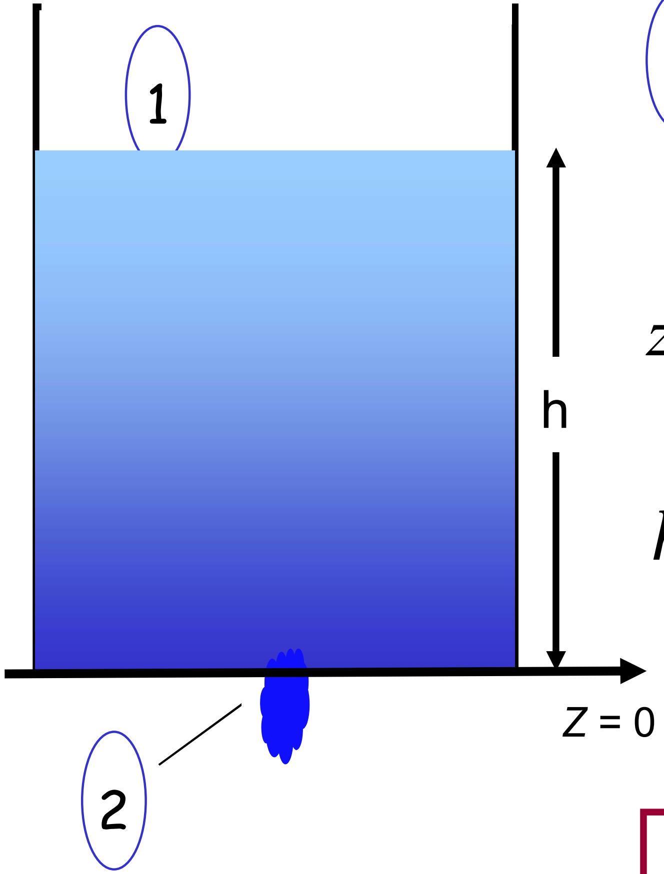
$A_1 >> A_2$

logo, pela eq. cont.

$v_1 << v_2$

podendo considerar-se

$v_1 \sim 0$



1 $\begin{cases} p_1 = p_{atm} \\ v_1 = 0 \\ z_1 = h \end{cases}$ 2 $\begin{cases} p_2 = p_{atm} \\ v_2 = v_2 \\ z_2 = 0 \end{cases}$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$h + \frac{p_{atm}}{\gamma} + 0 = 0 + \frac{p_{atm}}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2\,g\,h}}$$

Teorema de Torricelli

Aplicações da equação de Bernoulli

Tubo de Pitot:

A velocidade do fluido anula-se na ponta (ponto de estagnação) (v = 0).

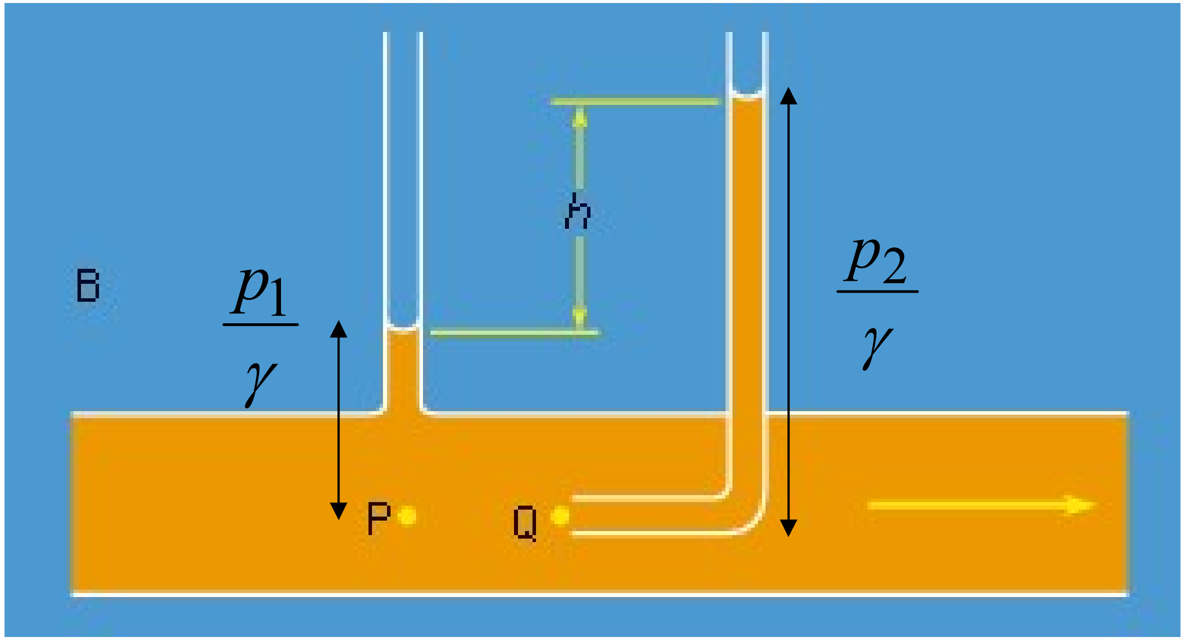
Aplicando o Teorema de Bernoulli entre os pontos P e Q (1 e 2):

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

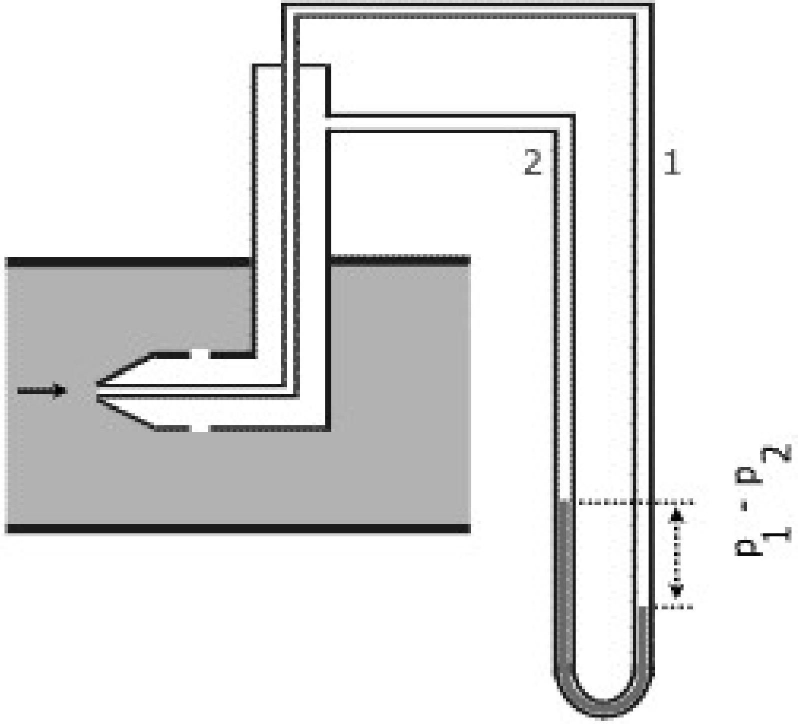
$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma}$$

$$v_1 = \sqrt{2g\left(\frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma}\right)} = \sqrt{2g\,h}$$




PHENOM 300
BY EMBRAER
TRANSPONDER 1200
© VICTOR AMBRIZ

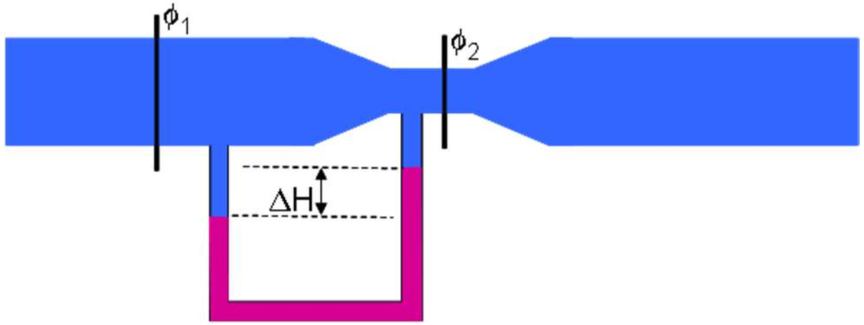

2
1
$p_1 - p_2$


SpotOn
40.0
Pressure Tester
ON


0
10
20
30
40
50
60
psi

Aplicações da equação de Bernoulli

Tubo de Venturi para determinação do caudal que escoa num tubo



(1) Teor Bernoulli entre 1 e 2:

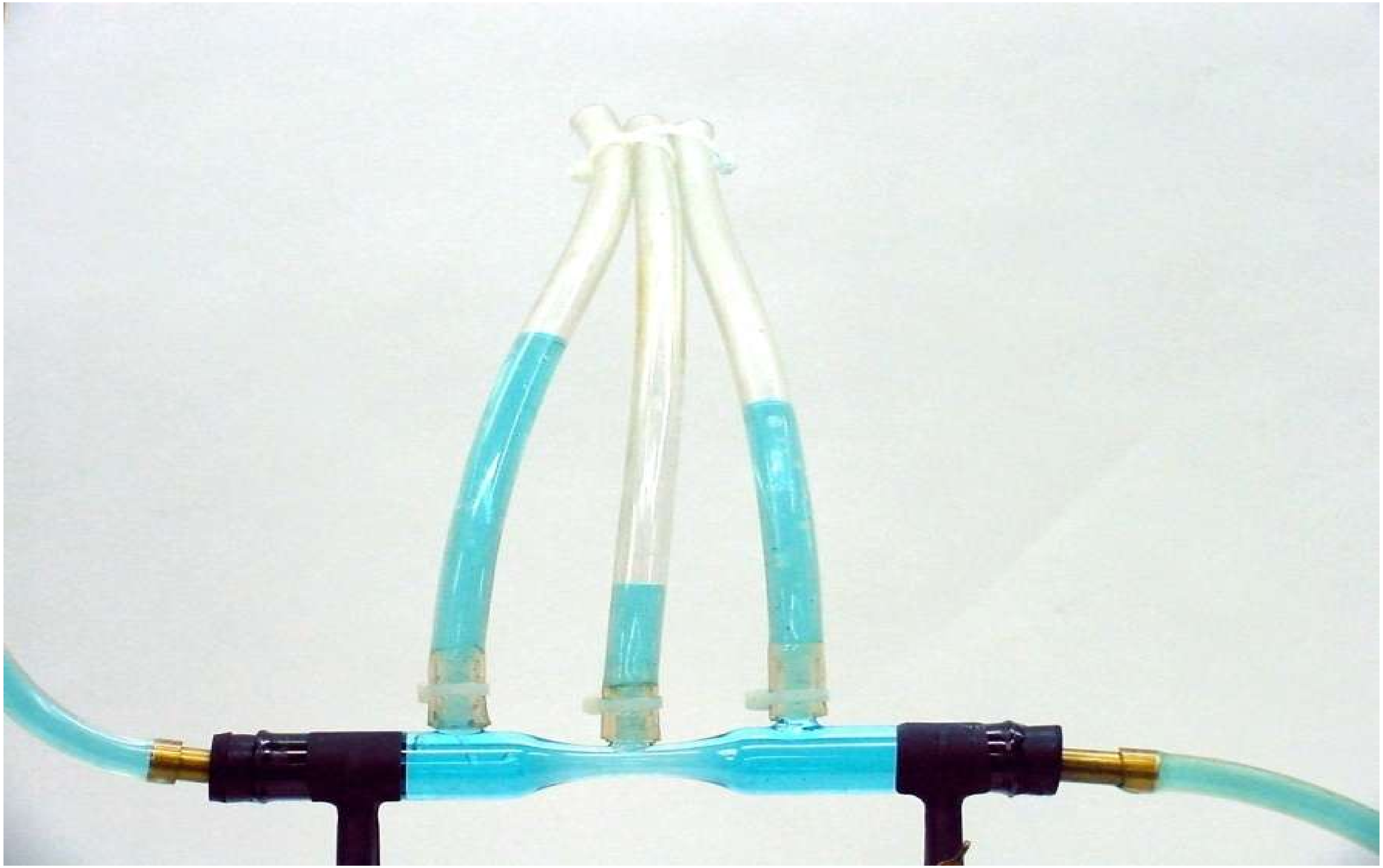
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

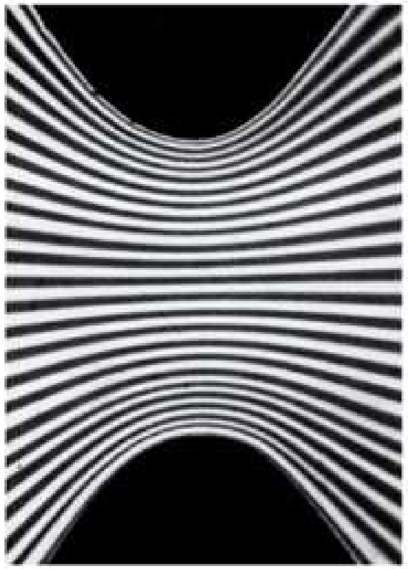
(2) Equação da continuidade entre 1 e 2:

$$Q_1 = Q_2 = Q \Leftrightarrow v_1 = \frac{Q}{A_1} \;;\; v_2 = \frac{Q}{A_2}$$

$$Q = A_2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left[1 - (A_2 / A_1)^2\right]}} \qquad Q = C_d A_2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left[1 - (A_2 / A_1)^2\right]}}$$

Cd entre 0.97 e 0.99





Estreitamento das linhas de corrente → maior velocidade → menor pressão