

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

1º teste de Álgebra Linear

27 de outubro de 2025 - Duração: 2h

Guarde **todos os equipamentos eletrônicos**, incluindo telemóveis, calculadoras e *smartwatches* na mala/mochila fechada ou coloque-os na secretária do docente.
Não é permitido escrever no enunciado para além do preenchimento do nome e do número de aluno e da resposta à questão 3., que deve ser assinalada na tabela.
O incumprimento das regras anteriores leva à **anulação da prova**.

**Apresente os cálculos que efetuar e justifique todas as respostas
(com exceção da questão 3.)**

Número:

Nome:

Cotação (não preencher)

1a)	1b)	1c)i	1c)ii	1d)i	1d)ii	2	3	4a)	4b)	5	Total
3	1	2	1.25	1.75	2.25	1	2.25	2.5	1	2	20

Os dados relativos às questões 1. e 4. encontram-se abaixo. No início da resolução destas duas questões, comece por copiar os dados que dizem respeito à questão para o caderno de teste.

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \end{bmatrix} = [v_1 \ v_2 \ v_3]$ e $b = (1, 0, \beta)$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

4. $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 = x_2 + x_4, \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$

- [11.25v] 1. (a) Discuta o sistema $Ax = b$ para todos os valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
 (b) Indique os valores de α para os quais $(2, 2, -2) \in \mathcal{N}(A)$.
 (c) Considere $\alpha = 2$.
 i. Calcule a inversa de A .
 ii. Escreva $(1, 2, 5)$ como combinação linear de v_1, v_2 e v_3 .
 (d) Considere $\alpha = 1$.
 i. Determine $\mathcal{C}(A)$ e interprete-o geometricamente.
 ii. Justifique que $\{(1, 4, 5), (-4, 5, 1)\}$ é uma base de $\mathcal{C}(A)$.
- [1v] 2. Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma transformação linear definida por $T(x, y, z) = (x + y - 2z, 2x + z)$. Determine a matriz canônica da transformação T .
- [2.25v] 3. A tabela seguinte contém alguns conjuntos de vetores de $\mathbb{R}^3$ e propriedades que estes conjuntos podem verificar ou não. Para cada conjunto de vetores de $\mathbb{R}^3$ e cada uma das propriedades, assinale com S (Sim) ou N (Não) consoante o conjunto verifique ou não a propriedade (não justifique a resposta):
- | | Linearmente independente | Gera $\mathbb{R}^3$ | Base de $\mathbb{R}^3$ |
|--|--------------------------|---------------------|------------------------|
| $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, 1, 1)\}$ | | | |
| $\{(2, 0, 0), (3, 1, 0), (4, 1, 2)\}$ | | | |
| $\{(2, 0, 0), (3, 1, 0), (4, 1, 2), (-5, 6, -1)\}$ | | | |
- [3.5v] 4. (a) Determine uma base e a dimensão de V .
 (b) Escreva V como espaço gerado por 3 vetores não nulos de $\mathbb{R}^4$.
- [2v] 5. Seja A uma matriz do tipo $m \times n$ tal que $\text{car}(A) = n$ e sejam $x, y \in \mathbb{R}^n$ tais que $Ax = Ay$. Prove que $x = y$.