
MEGI

MESTRADO

Estatística e Gestão de Informação

Modelação do crescimento da árvore individual de Eucalyptus globulus Labill.

Francisco de Almeida Goes

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de Informação

Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação
Universidade Nova de Lisboa

Modelação do crescimento da árvore individual de *Eucalyptus globulus* Labill.

por

Francisco de Almeida Goes

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de Informação, Especialização em Análise e Gestão de Informação

Orientador: José António Rui Amaral Santos

Coorientador: Maria Margarida Branco de Brito Tavares Tomé

Novembro de 2012

AGRADECIMENTOS

Essentially, all models are wrong, but some are useful. (George E. P. Box)

Passadas muitas horas a estudar e a experimentar, é com este espírito que termino a minha dissertação de mestrado, esperando que o resultado final se venha a revelar útil a todos os que necessitem de modelar o crescimento do eucaliptal.

Assim, quero agradecer à CELPA, em especial ao seu Diretor Geral Eng.º Armando Goes, por me ter proporcionado esta tão enriquecedora experiência.

De igual forma, esta dissertação não teria ficado tão completa sem os dados de inventário gentilmente cedidos pela Altri Florestal e daí o meu profundo agradecimento ao Eng.º Luís Leal e ao Eng.º Luís Ferreira.

Agradeço aos meus orientadores, Professora Doutora Margarida Tomé e Professor Doutor José António Santos, todas as sugestões de trabalho, a disponibilidade sempre demonstrada no esclarecimento de dúvidas e as prontas respostas aos meus (inúmeros) pedidos de ajuda. A confiança que depositaram em mim, o seu sentido crítico e o contínuo apoio durante a realização deste trabalho foram essenciais para que o mesmo se realizasse.

Não posso, também, deixar de agradecer aos meus Pais e ao Tio Armando a constante pressão e a pergunta recorrente: “Então, esse mestrado já está?”.

Por último, agradeço à Sofia, Matilde e Carminho, as minhas amigas do dia a dia, as horas que lhes roubei, a enorme paciência e o amor incondicional - é a elas que dedico este trabalho!

RESUMO

As empresas portuguesas produtoras de pasta para papel e de papel transformam anualmente 7,0 milhões de m³ de madeira de eucalipto, provenientes, em grande parte, da floresta nacional (CELPA, 2012).

Esta avultada capacidade de transformação faz com que seja vital conhecer e caracterizar, numa base anual, a floresta nacional de eucalipto e saber quais as perspectivas da sua evolução no curto/médio prazo. Deste modo, as necessidades da indústria papelreira, em termos de informação florestal, são constantes, conduzindo à realização anual de inventários florestais para o eucalipto. Esta informação, para além de fornecer o retrato atual da floresta de eucalipto, permite estimar a disponibilidade futura desta matéria-prima, com o recurso a modelos de crescimento.

Os modelos atualmente utilizados para simular o crescimento dos povoamentos de eucalipto seguem duas abordagens distintas, ao (1) entrarem ou (2) não entrarem em consideração com a idade dos mesmos. A segunda via tem sido a adotada pela indústria papelreira para estimar o crescimento dos povoamentos de eucalipto que não são geridos por si e cujos donos, datas de plantação e de corte se desconhecem.

Com este trabalho pretende-se desenvolver um modelo de crescimento anual para o eucalipto que abranja mais situações do que o atualmente utilizado, com componentes de probabilidade de sobrevivência, de crescimento em diâmetro e em altura. Para tal, recorrendo a informação de inventário da CELPA e da Altri Florestal, sua associada, utilizou-se a regressão logística ajustada pelo método da máxima verosimilhança para a probabilidade anual de sobrevivência e a regressão não linear ajustada pelo método dos mínimos quadrados ordinários para o crescimento anual em diâmetro e em altura.

PALAVRAS-CHAVE

Eucalipto, crescimento anual, modelo de árvore, regressão

ABSTRACT

Portuguese companies that produce pulp and paper convert 7,0 million m³ of eucalyptus wood each year, most of which comes from national forests (CELPA, 2012).

This large processing capacity makes it vital to understand the annual development of national eucalyptus forests, in both the long and short terms. Accordingly, the paper industry needs accurate data leading to annual inventories of eucalyptus forests. In addition to providing a clearer picture of current Portuguese eucalyptus forest, an inventory also enables estimating the future availability of this raw material using growth models.

The models currently used to simulate the growth of eucalyptus stands follow two different approaches, (1) taking into account the age of the plants, or (2) disregarding their age. The second approach has been the one adopted by the paper industry to estimate the growth of eucalyptus plantations that are not managed by the associated companies and whose owners, planting and harvesting dates are unknown.

This research aims to develop an annual growth model for eucalyptus that incorporates more situations than the current models, taking into account the probability of survival and the diameter and height growth components.

Forest inventory data from CELPA and Altri Florestal (an associated company) were used during this research. The data underwent logistic regression adjusted with maximum likelihood for the annual probability of survival and non-linear regression was adjusted by ordinary least squares for the annual growth diameter and height models.

KEYWORDS

Eucalyptus, annual growth, tree model, regression

ÍNDICE

1	Introdução	1
1.1	O eucalipto em Portugal	1
1.2	Necessidade de informação florestal	3
2	Revisão da Literatura	7
2.1	Crescimento das árvores	7
2.2	Funções de crescimento.....	9
2.3	Modelos de crescimento.....	11
2.3.1	Modelos de árvore vs modelos de povoamento	12
2.3.2	Modelos empíricos vs modelos processuais de base fisiológica	14
2.3.3	Modelos de crescimento determinísticos vs modelos estocásticos.....	15
2.3.4	Modelos de crescimento dependentes vs independentes da idade	16
2.4	Modelação da mortalidade	19
3	Metodologia	21
3.1	Abordagem de modelação	21
3.2	Modelação do crescimento anual em diâmetro e altura	21
3.2.1	Dados.....	21
3.2.2	Seleção das equações.....	25
3.2.3	Resultados e discussão	27
3.3	Probabilidade anual de sobrevivência	35
3.3.1	Dados.....	35
3.3.2	Estimação do modelo.....	37
3.3.3	Resultados e discussão	38
4	Conclusões.....	43
5	Limitações e Recomendações para Trabalhos Futuros	45
6	Anexos.....	46
6.1	Descrição das variáveis utilizadas.....	46
6.2	Estatísticas de ajustamento das funções candidatas à modelação do crescimento anual em diâmetro	48
6.3	Estatísticas de ajustamento das funções candidatas à modelação do crescimento anual em altura	51
7	Bibliografia	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Distribuição atual da área de eucalipto (Autoridade Florestal Nacional, 2010)	1
Figura 1.2 – Evolução da área de eucalipto e da produção de pasta para papel a partir desta espécie (Fonte: CELPA e AFN)	2
Figura 1.3 – Aquisição de madeira de eucalipto pela indústria papeleira nacional por origem (CELPA, 2012)	4
Figura 2.1 – Função de crescimento	8
Figura 3.1 – Distribuição das parcelas de eucalipto utilizadas no estudo por inventário	23
Figura 3.2 – Normais Climatológicas 1971-2000 (Instituto de Meteorologia, I. P.)	25
Figura 3.3 – Diâmetros observados vs diâmetros ajustados	29
Figura 3.4 – Distribuição dos resíduos absolutos pelos diâmetros ajustados.....	30
Figura 3.5 – Gráfico quantil-quantil para a distribuição normal do diâmetro	30
Figura 3.6 – Comparação dos resíduos de predição do crescimento anual em diâmetro com os resíduos desfasados.....	31
Figura 3.7 – Alturas observadas vs alturas ajustadas.....	33
Figura 3.8 – Distribuição dos resíduos absolutos pelas alturas ajustadas	33
Figura 3.9 – Gráfico quantil-quantil para a distribuição normal da altura.....	34
Figura 3.10 – Comparação dos resíduos de predição do crescimento anual em altura com os resíduos desfasados.....	35
Figura 3.11 – Sensibilidade e especificidade do modelo de probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos.....	41
Figura 3.12 – Curva ROC do modelo de probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos.....	42

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1 – Modelo de silvicultura típico para o eucalipto	3
Tabela 2.1 – Funções candidatas (Y_i : variável Y no momento t_i ; a : horizonte de projeção, em anos; ln: logaritmo natural; m: parâmetro de forma; A: assíntota; k: parâmetro relacionado com a taxa de crescimento).....	18
Tabela 3.1 – Descrição sumária dos diferentes inventários que forneceram dados de eucalipto utilizados no ajustamento do modelo.....	22
Tabela 3.2 – Número de medições das parcelas permanentes utilizadas	24
Tabela 3.3 – Caracterização dos pares de observações vivos do conjunto de dados de eucalipto utilizados no ajustamento do modelo.....	24
Tabela 3.4 – Resultado do ajustamento da função Richards-k para a estimação do crescimento anual dos eucaliptos em diâmetro.	28
Tabela 3.5 – Resultados da regressão linear entre os diâmetros observados e estimados	29
Tabela 3.6 – Resultado do ajustamento da função Richards-m para a estimação do crescimento anual dos eucaliptos em altura.	32
Tabela 3.7 – Resultados da regressão linear entre as alturas observadas e estimadas .	33
Tabela 3.8 – Caracterização dos subconjuntos de dados utilizados na função de probabilidade de sobrevivência dos eucaliptos.	36
Tabela 3.9 – Distribuição dos sub-conjuntos de dados utilizados na função de probabilidade de sobrevivência dos eucaliptos.	36
Tabela 3.10 – Resultado do ajustamento do modelo logístico na definição da probabilidade de sobrevivência anual da árvore.	39
Tabela 3.11 – Resultados da análise qualitativa do ajustamento do modelo logístico na definição da probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos.	40
Tabela 3.12 – Comparação do estado da árvore (viva vs morta) observado no conjunto de dados de ajustamento e predito pelo modelo, para períodos de crescimento anuais, para valores limite de 0.90, 0.93 e 0.96.....	41

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AFN	Autoridade Florestal Nacional
AIC	<i>Akaike information criterion</i>
CELPA	Associação da Indústria Papeleira
FAO	<i>Food and Agriculture Organization of the United Nations</i>
FSC	<i>Forest Stewardship Council</i>
GIMREF	Grupo de Inventariação e Modelação de Recursos Florestais do Departamento de Engenharia Florestal do Instituto Superior de Agronomia da Universidade Técnica de Lisboa
IFE	Inventário Florestal do Eucalipto
IFN	Inventário Florestal Nacional
IFN5	5º Inventário Florestal Nacional (2005/2006)
IQE	Índice de Qualidade da Estação
PEFC	<i>Programme for the Endorsement of Forest Certification</i>
ROC	<i>Receiver Operating Characteristic</i>
VIF	<i>Variance-inflation factor</i>

1 INTRODUÇÃO

1.1 O EUCALIPTO EM PORTUGAL

A área de eucalipto atinge os 739,515 hectares como espécie dominante, o que corresponde a 21% da área florestal, sendo, na sua grande maioria, plantações de *Eucalyptus globulus* Labill. (Autoridade Florestal Nacional, 2010).

A espécie *Eucalyptus globulus* Labill. é originária da Austrália e foi introduzida em Portugal no início do século XIX. O termo *eucalipto* utilizado neste trabalho designa *Eucalyptus globulus* Labill., que é, em Portugal, a espécie que teve maior difusão, por encontrar no País condições ecológicas excepcionais para a sua expansão (Goes, 1991).

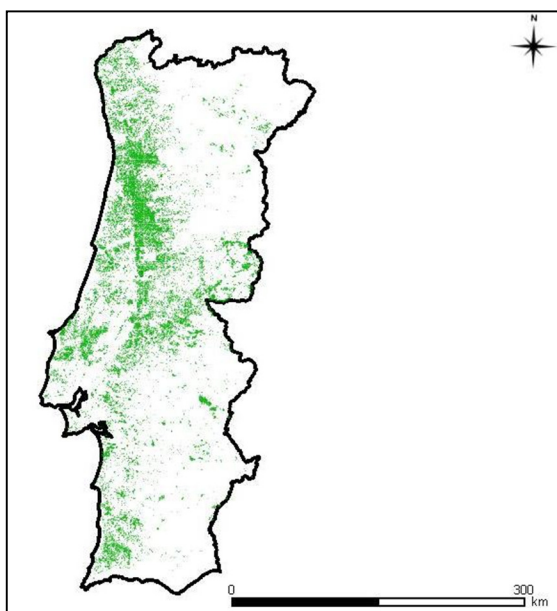


Figura 1.1 – Distribuição atual da área de eucalipto (Autoridade Florestal Nacional, 2010)

Segundo Goes (1991), no nosso País grande parte da área de eucalipto concentra-se ao longo da faixa litoral, numa largura máxima de 65 km em altitudes inferiores a 500 m e apenas nas Bacias Terciárias do Tejo e Sado e zonas montanhosas do Sul, em virtude de uma maior influência atlântica.

De facto, o eucalipto prefere o clima oceânico, húmido e suave, sendo muito sensível a geadas fortes e contínuas, gostando de vegetar em solos arenosos de granitos e arenitos, podzóis, solos xistosos e outros, desde que possuam uma certa humidade. É resistente à salinidade, mas já não se pode dizer o mesmo em solos com má drenagem (Federação dos Produtores Florestais de Portugal, 2001).

A sua expansão em Portugal é relativamente recente (meados do século XX) e coincide com a instalação e crescimento da indústria de pasta para papel (Figura 1.1). De facto, foi mesmo em Portugal que, pela primeira vez no mundo e com inegável

êxito, nos anos 20 do séc. XX, a *The Caima Timber Estate & Wood Pulp Company Limited*, em Albergaria-a-Velha, utilizou madeira de eucalipto para fabricar pasta de papel, utilizando o processo do sulfito. Foi também em Portugal que, na década de 50 do século XX, a Companhia Portuguesa de Celulose, em Cacia, aplicou, pela primeira vez no mundo, o processo *kraft* à madeira de eucalipto (Pereira *et al.*, 2010).

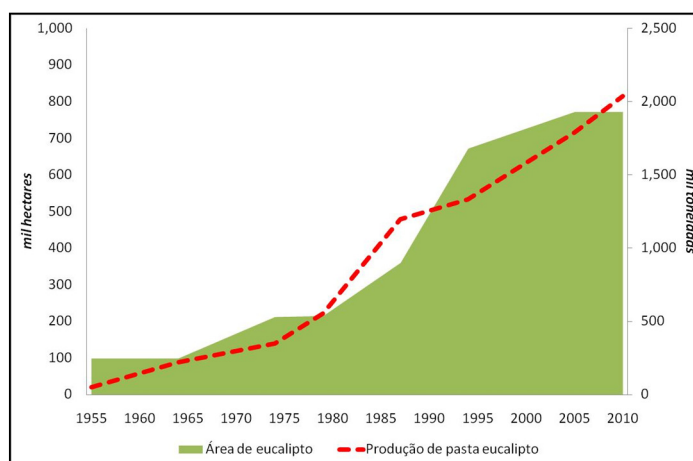


Figura 1.2 – Evolução da área de eucalipto e da produção de pasta para papel a partir desta espécie (Fonte: CELPA e Autoridade Florestal Nacional)

Existem 4 condições que explicam esta expansão (Radich & Monteiro Alves, 2000): (1) “existência de uma espécie florestal, o eucalipto, que pelas suas características de adaptação à intensificação cultural, através da exploração em talhadia, garantia condições de elevada produtividade na obtenção de uma matéria-prima lenhosa, por sua vez com características tecnológicas muito adequadas à indústria de pasta de celulose”; (2) “desenvolvimento paralelo do processo de industrialização...”; (3) “potencialidades do território, em termos de condições de adaptação ecológica do eucalipto...”; (4) “capacidade técnica, no domínio do aperfeiçoamento dos processos de instalação dos povoamentos, quer no que respeita à produção de plantas em viveiro quer no que se refere aos métodos de preparação do solo para silvicultura intensiva”.

O modelo tradicional de silvicultura associado ao eucalipto, com o objetivo de produção de material lenhoso para a indústria de pasta para papel, ainda que dependente de inúmeros fatores, é relativamente simples. Baseia-se na precocidade do crescimento rápido e na capacidade para criar, após o corte, novos caules a partir da base do tronco. Esta facilidade de propagação vegetativa por rebentação da toixa permite a condução em talhadia.

Idade indicativa (anos)	Operação
0	Preparação do terreno Fertilização Plantação
1	Retanchar
2 a 6	Fertilização (1 a 2 vezes) Controlo de vegetação (1 vez) Seleção de varas (se em segunda rotação ou superior) Manutenção de caminhos e aceiros (anual)
7 a 9	Controlo de vegetação (1 vez) Manutenção de caminhos e aceiros (anual)
10 a 15	Corte Manutenção de caminhos (anual)

Tabela 1.1 – Modelo de silvicultura típico para o eucalipto

Os povoamentos são normalmente explorados em rotações de 12 anos, permitindo três a quatro cortes (Tabela 1.1).

1.2 NECESSIDADE DE INFORMAÇÃO FLORESTAL

Atualmente, em Portugal existem dois grupos industriais produtores de pasta para papel (*grupo* Portucel Soporcel e Altri) que são responsáveis pela gestão direta de cerca de 156 mil hectares arborizados com eucalipto, em propriedades próprias e arrendadas, o que corresponde a 21% da área ocupada por esta espécie no território continental (CELPA, 2012). Esta produção própria tem permitido assegurar parte da matéria-prima de que estes grupos industriais necessitam e que, em média, se situa nos 22% desde 1997.

Adicionalmente, existem outros fornecedores nacionais responsáveis pela restante área de eucalipto e que historicamente representam 66% da madeira de eucalipto adquirida desde 1997.

Finalmente, como último recurso para satisfazer as suas necessidades, a indústria papelreira nacional tem importado madeira de eucalipto da América do Sul e de Espanha, o que representa 12% das aquisições de 1997 a 2011 (CELPA, 2012).

Deste modo, para o setor papelreiro português é extremamente importante conhecer as áreas e existências lenhosas do eucaliptal nacional, bem como simular a sua evolução no curto/médio prazo, porque tal permite a definição de estratégias de intervenção adequadas, desde as políticas de fomento da espécie até à definição da intensidade da sua exploração. Assim, as necessidades da indústria papelreira nacional,

em termos de informação florestal, são constantes e obrigam a uma rotina adequada de recolha, tratamento e análise de informação.

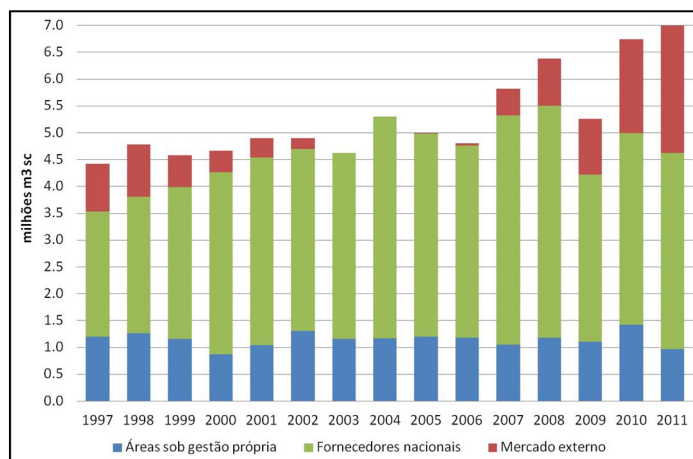


Figura 1.3 – Aquisição de madeira de eucalipto pela indústria papeleira nacional por origem (CELPA, 2012)

Desde há largos anos que as empresas produtoras de pasta para papel a partir de madeira de eucalipto realizam, todos os anos, inventários florestais nas áreas sob sua gestão, como forma de conhecerem a evolução do coberto florestal e a disponibilidade, atual e futura, desta matéria-prima. Hoje em dia estes inventários deixaram de ser puramente madeireiros para assumirem, também, um papel demonstrativo do cumprimento dos indicadores dos esquemas internacionais de certificação da gestão florestal, *Forest Stewardship Council (FSC)* e *Programme for the Endorsement of Forest Certification (PEFC)*, a que estas empresas voluntariamente aderiram.

Tipicamente, o esquema de inventário florestal da Altri Florestal para o eucalipto, que cedeu dados para a realização deste trabalho, assenta numa seleção casual das parcelas de amostragem, a partir de uma grelha sistemática, de acordo com restrições de proximidade entre as parcelas de campo e entre estas e os limites da área inventariada. São utilizados dois tipos de parcelas (1) permanentes, que são medidas em todos os inventários com uma intensidade de 1 por cada 12 hectares e (2) temporárias, que são medidas uma só vez com uma intensidade de 3 por cada 12 hectares.

Relativamente ao conhecimento das restantes áreas de eucalipto, a ferramenta apropriada é o Inventário Florestal Nacional (IFN), mas acontece que as necessidades da indústria papeleira, em termos de informação florestal, não se enquadram no seu ritmo, de aproximadamente 10 anos. De facto, esta periodicidade não acompanha as

modificações do eucaliptal nacional resultantes da atividade regular dos vários agentes e do ritmo anual de incêndios.

Estas insuficiências na informação disponibilizada pela Administração Pública levaram a CELPA a realizar Inventários Nacionais para o Eucalipto em 1985, em 1990 (em parceria com a Administração Pública), em 1995, em 2000 e em 2005/2006 (novamente em parceria com a Administração Pública), para além de atualizações expeditas entre estes inventários. Como regra, estes inventários privilegiaram a recolha de informação que permitisse o conhecimento da situação atual, em termos de áreas e existências lenhosas, bem como a elaboração de cenários prospetivos para o eucaliptal nacional.

Atualmente, a CELPA tem implementado um esquema anual de inventário para o eucalipto, realizado entre os anos do IFN, que assenta na visita a aproximadamente 1500 parcelas do IFN localizadas exclusivamente em áreas cuja gestão não está confiada às empresas suas associadas. Destas parcelas, cerca de 25% são medidas anualmente, de acordo com a metodologia do IFN e, nas restantes, apenas é recolhida informação qualitativa, como por exemplo, sinais da passagem de fogo, existência de corte de árvores e sinais de ações de silvicultura, sendo esta depois utilizada para atualizar os parâmetros e variáveis do respetivo povoamento onde se inserem, com o recurso a um modelo de crescimento.

As datas de plantação e de corte dos povoamentos de eucalipto localizados nestas áreas não são conhecidas, nem o eucalipto apresenta anéis de crescimento bem definidos, o que inviabiliza a obtenção da idade das árvores através da sua contagem. Desta forma, existe sempre uma incerteza associada à estimativa, no terreno, da idade das árvores, sendo esta tarefa mesmo impossível de concretizar em eucaliptais com presença de árvores de idades acentuadamente diferentes.

Assim, optou-se pela utilização de um modelo de crescimento onde a idade estimada no campo, quando tal é possível, não é uma variável considerada para efeitos de predição. O modelo atualmente utilizado, ao nível do povoamento, pela indústria papeleira foi desenvolvido exclusivamente para eucaliptais puros e regulares de eucalipto (Barreiro *et al.*, 2004).

Após vários anos de utilização deste modelo, e com o intuito de fornecer as melhores estimativas possíveis aos decisores das empresas suas associadas, a CELPA sentiu a necessidade de desenvolver uma ferramenta mais flexível para predizer o crescimento do eucaliptal nacional, tentando alargar o âmbito de modelação aos povoamentos:

- Mistos, ou seja, com presença de árvores de outras espécies. Segundo dados do IFN5 (Autoridade Florestal Nacional, 2010), estes povoamentos ocupam atualmente 180 mil hectares;
- Irregulares, ou seja, com presença de árvores de idades acentuadamente diferentes que, segundo dados do IFN5 (Autoridade Florestal Nacional, 2010) ocupam 262 mil hectares. Na realidade, a área de povoamentos de eucalipto classificada com idade irregular aumentou 69 mil hectares entre os dois últimos inventários florestais nacionais, fruto dos incêndios de 2003 e 2005 e da ausência de gestão ativa.
- Com densidades (número de árvores por hectare) muito diferentes dos tradicionais povoamentos industriais de eucalipto.

Desta forma, o objetivo desta dissertação de mestrado é o desenvolvimento de um modelo de crescimento anual de árvore individual, empírico, determinístico e independente da distância e da idade, que simule a evolução dos povoamentos nacionais de eucalipto, abrangendo o maior número de situações diferentes possível, como por exemplo, os mistos e os irregulares. Pretende-se que o modelo contenha uma função para o crescimento anual em diâmetro, outra função para o crescimento anual em altura e, finalmente, uma função para a probabilidade anual de sobrevivência.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 CRESCIMENTO DAS ÁRVORES

A Autoridade Florestal Nacional (AFN, 2010), tendo por base a nomenclatura da *Food and Agriculture Organization of the United Nations* (FAO, 2010), define floresta como a extensão de terreno com área mínima de 5000 m² e largura mínima de 20 m, com um grau de coberto (definido pela razão entre a área da projeção horizontal das copas e a área total da parcela) maior ou igual a 10%, onde se verifica a presença de arvoredos florestais que, pelas suas características ou forma de exploração, tenha atingido, ou venha a atingir, porte arbóreo (altura superior a 5 m). Por conseguinte, são sistemas biológicos, dinâmicos e de longa duração, que se encontram em constante mudança (Peng, 2000) e cujo crescimento, produção e mortalidade interessa conhecer.

Tradicionalmente, o propósito habitual de um inventário florestal é a determinação, de uma forma o mais precisa possível, de acordo com o tempo e o dinheiro disponíveis, do volume (ou valor) das árvores em pé de uma determinada área (Avery & Burkhart, 2002). Acontece que, no âmbito de esquemas voluntários de certificação da gestão florestal, a definição de critérios e indicadores, tanto quantitativos como qualitativos, para aferir a qualidade da gestão florestal que é praticada, alargou os objetivos do inventário florestal, fazendo com que, atualmente, este seja definido como o conjunto de procedimentos que permite estimar os bens (diretos e indiretos) provenientes das áreas florestais de uma região, fornecer dados para estimar a potencialidade produtiva destas áreas e verificar o cumprimento dos princípios de gestão florestal sustentável (Tomé *et al.*, 2005).

Assim, de modo a prever o possível impacto de várias alternativas de gestão, interessa também simular o comportamento futuro da floresta, de maneira a tomar decisões bem fundamentadas. Com esta finalidade, desde há muito que os florestais tentam prever o crescimento e produção das florestas, sendo uma das formas mais utilizadas as funções matemáticas, que descrevem as alterações na dimensão de uma árvore ou de um povoamento, geralmente em função da sua idade.

Na teoria da produção florestal, utiliza-se crescimento como o acréscimo em dimensão de uma população ou indivíduo num determinado período de tempo (ex., o crescimento em volume de um povoamento exprime-se em m³ha⁻¹ano⁻¹) e produção como a dimensão de uma população ou de um indivíduo no final do período

considerado (ex., o volume total produzido num povoamento exprime-se em m^3ha^{-1}) (Vanclay, 1994; Soares, 1999; Avery & Burkhart, 2002)

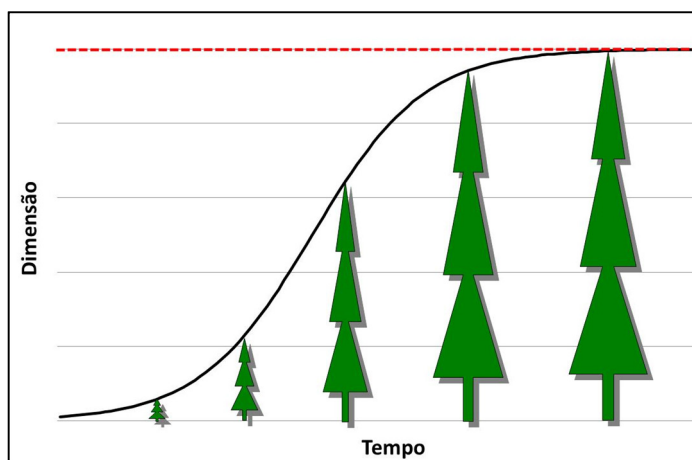


Figura 2.1 – Função de crescimento

O crescimento da generalidade dos organismos vivos segue uma curva sigmoideal, que se caracteriza por uma fase inicial relativamente rápida, do tipo exponencial, ficando a concavidade voltada para cima, seguida de uma fase retilínea, o que implica que a iguais períodos de tempo correspondem iguais acréscimos da variável, e termina com um período de senescência, caracterizado por um crescimento cada vez mais insignificante, do ponto de vista relativo, apresentando a curva uma nítida concavidade voltada para baixo e atingindo, no final, a maior dimensão (assíntota) (Figura 2.1).

A forma da curva de crescimento, no que se refere às proporções relativas de cada uma daquelas fases, depende da espécie e da variável em causa mas, apesar do crescimento responder a tendências e flutuações ambientais, este padrão, no longo prazo, permanece surpreendentemente estável (Zeide, 1993).

O crescimento resulta da interação de duas forças opostas, (1) a componente positiva, que se manifesta na expansão de um organismo, representa a tendência inata para a multiplicação exponencial e é associada ao potencial biológico, à atividade fotossintética, à absorção de nutrientes e ao metabolismo e (2) a componente oposta, que representa as restrições impostas por fatores externos (competição, recursos limitados, doenças e outros distúrbios) e internos (mecanismos de autoregulação e envelhecimento) (Zeide, 1993). Basicamente, o crescimento das árvores depende do balanço de carbono da planta, ou seja, da diferença entre o que é assimilado pelas plantas (fotossíntese ou produtividade bruta) e o carbono gasto na respiração, necessária para a síntese de tecidos e órgãos e para a manutenção das células dos organismos (Monteiro Alves *et al.*, edits., 2007) e pode ser expresso em função da

idade, da qualidade da estação e do estatuto de competição entre as árvores (Avery & Burkhardt, 2002).

Nas florestas temperadas, uma árvore em crescimento acrescenta anualmente uma camada de lenho, mesmo debaixo da casca (de fora para dentro), desde o nível do solo até à sua ponta e em volta do fuste. Estes anéis anuais tendem a ser mais largos nos anos iniciais, reduzindo-se à medida que a idade da árvore aumenta (Avery & Burkhardt, 2002). Por sua vez, o crescimento em altura produz-se pela atividade dos gomos apicais, sendo esta variável a que produz as modificações mais perceptíveis na dimensão das árvores.

Para ficar completa, a modelação do crescimento das florestas, enquanto entidades dinâmicas, tem, para além do aumento das dimensões das árvores que as constituem, também de contemplar as alterações que se verificam na sua composição, quer pelo ingresso de novas árvores que atingiram dimensões para ser contabilizadas, quer pelo desaparecimento de árvores existentes por ações silvícolas ou mortalidade provocada por competição, por pragas e doenças, por fenómenos atmosféricos (seca, geada e vento) e pela ação dos fogos florestais.

Quanto ao eucalipto em particular, um dos aspetos que o torna atrativo em Portugal é a sua elevada produtividade enquanto espécie cultivada, uma vez que apresenta folhas todo o ano, utiliza eficazmente a radiação solar, os nutrientes e a água disponível para a produção de biomassa, estando este potencial produtivo altamente correlacionado com a pluviosidade e com as características dos solos (Monteiro Alves *et al.*, edits., 2007). Adicionalmente, esta espécie apresenta uma baixa taxa de mortalidade mas as perdas provocadas pelos fogos e pelas pragas e doenças, em especial pelo Gorgulho do Eucalipto (*Gonipterus platensis*), que, no limite, levam à morte das árvores, constituem um sério problema e causam elevados prejuízos.

2.2 FUNÇÕES DE CRESCIMENTO

O estudo da evolução das variáveis dendrométricas com o decorrer do tempo só é possível através de dados obtidos em, pelo menos, dois períodos sucessivos. Estes dados podem ser obtidos em parcelas permanentes ou ensaios com delineamento, em inventários florestais contínuos ou através de análises de tronco.

Antes de mais, interessa clarificar que uma equação de produção pode ser conseguida através da integração da equação de crescimento, e, inversamente, uma equação de crescimento pode ser obtida através da diferenciação da equação de produção. Deste modo, a produção também pode ser determinada pela projeção do

crescimento, um passo de cada vez, através do número requerido de anos e somando os incrementos (Vanclay, 1994).

Segundo Tomé (2011), a seleção de funções para a modelação do crescimento e produção de árvores e povoamentos, genericamente designadas por funções de crescimento, é uma fase essencial na elaboração de modelos de produção.

Os modelos matemáticos para a modelação do crescimento podem ser lineares ou não lineares, sendo que os primeiros são menos flexíveis e requerem um maior número de parâmetros para descrever os dados, o que poderá originar valores irrealistas fora do intervalo dos dados de ajustamento, ao passo que os segundos são, geralmente, mais flexíveis, poderão ter bases biológicas e fornecer estimativas razoáveis para lá do intervalo dos dados de ajustamento (Cieszewski & Bella, 1989).

As funções a utilizar na modelação do crescimento biológico, quer sejam de natureza empírica ou deduzidas a partir de princípios biológicos, devem representar todo o ciclo de vida da árvore, ter um desenvolvimento sigmoidal (passando ou não na origem dos eixos coordenados), apresentar um ponto de inflexão numa fase inicial de desenvolvimento, ter assíntota (Soares, 1999) e, finalmente, de acordo com Burkhart & Tomé (2012), ser limitadas pelo valor zero num dado principio especificado ($t=0$ ou $t=t_0$).

De acordo com Zeide (1993), idealmente são desejáveis funções que marquem o seu caminho, esperadamente o correto, por entre todas as observações, ou seja, equações que exponham uma tendência por entre o labirinto dos dados e que separem o essencial do accidental. Ainda segundo Zeide (1993), é mais fácil compreender o processo de crescimento e a estrutura das equações de crescimento quando consideradas na forma diferencial, com o incremento corrente (y') como a variável dependente e a idade da árvore (t) como a variável independente. Nesta forma, as equações podem ser decompostas em duas componentes que representam a expansão e o declínio do crescimento, respetivamente.

Na modelação florestal têm sido utilizadas várias funções de crescimento, de complexidade variada mas, segundo Zeide (1993), com exceção da função de Weibull, todas as equações analisadas no seu estudo podem ser formuladas sob uma de duas formas básicas, onde a componente anabólica, de expansão, ou é proporcional ao logaritmo da idade (LTD, *log-time decline*) ou diretamente proporcional à idade (TD, *time decline*):

$$\text{LTD} \quad y' = k_1 y^p t^q$$

$$\text{TD} \quad y' = k_1 y^p e^{qt}$$

onde y é a variável dependente, t é a idade, e é a base do logaritmo natural, $k_1=e^k$, $p > 0$ e $q < 0$ são os parâmetros da equação.

As duas formas acima mencionadas são extremamente úteis para a modelação do crescimento das árvores e/ou dos povoamentos e a utilização de uma delas assegura que o modelo daí resultante tenha um comportamento apropriado do ponto de vista biológico (Burkhart & Tomé, 2012).

Segundo Cao *et al.* (2002), quando o intervalo de tempo de uma equação de crescimento, geralmente um ano, não é o mesmo do intervalo em que os dados foram recolhidos, é necessária a utilização de um qualquer método de interpolação antes de se ajustarem os dados às equações do modelo. A maneira mais simples é assumir que o crescimento é linear para o período considerado, mas esta assunção é demasiado simplista uma vez que, à medida que o tempo passa, tanto as variáveis do povoamento (altura, densidade e outras) como as da árvore (diâmetro e altura) alteram-se e, como resultado, o crescimento varia anualmente (Cao & Strub, 2008). Existem outras formas menos enviesadas de estimação dos parâmetros, que passam por métodos iterativos que assumem valores intermédios, quer pela soma de atributos intermédios das árvores, quer a partir de valores interpolados consistentes com a função de crescimento a ser estimada ou a partir de condições iniciais (Cao & Strub, 2008).

Os modelos de crescimento são constituídos por vários sub-modelos expressos por equações que se assumem independentes, sendo os parâmetros de cada equação, regra geral, estimados separadamente utilizando mínimos quadrados. No entanto, em modelos de árvore individual, uma vez que se baseiam em vários atributos observados nos mesmos indivíduos, o conjunto de equações que define o modelo pode ser considerado um sistema simultâneo e técnicas de regressão simultânea podem ser consideradas para a estimação dos parâmetros (Burkhart & Tomé, 2012). A estimação simultânea de todas as componentes minimiza os erros gerais do modelo e fornece a respetiva matriz de variâncias-covariâncias como um todo (Soares *et al.*, 1995), conduzindo, de um modo geral, a estimativas mais eficientes dos parâmetros dos sub-modelos (Soares, 1999).

2.3 MODELOS DE CRESCIMENTO

Segundo Vanclay (1994), os modelos de crescimento auxiliam os investigadores e gestores florestais de diversas maneiras, que incluem a possibilidade de prever produções futuras e de explorar várias opções silvícolas. De facto, com o recurso a

estes modelos, os seus utilizadores ficam a conhecer, no imediato, as consequências das suas opções de gestão sobre a floresta cujo crescimento estão a prever.

Um modelo de crescimento deverá prever, da forma mais correta possível, a dinâmica florestal de um povoamento ao longo do tempo (i.e., o crescimento, a mortalidade, a reprodução e as demais alterações verificadas) sob diversas alternativas de gestão ou sujeito a agentes físicos e bióticos distintos, devendo ter um papel importante na gestão e ordenamento florestal e também, a uma escala mais abrangente, na definição de políticas florestais.

Os modelos de crescimento, enquanto abstrações da realidade, podem ser classificados de acordo com o seu objetivo e com o seu nível de complexidade, apesar das suas necessidades em termos de dados de entrada, desenho e variáveis de saída variarem bastante. Podem consistir apenas de uma equação ou de uma série de sub-modelos interrelacionados que, em conjunto, compreendem um sistema de simulação (Peng, 2000). No entanto, todos os modelos e os seus componentes têm de ser biologicamente realistas e as estimativas dos seus parâmetros devem estar de acordo com a informação empírica e o conhecimento atual dos processos de crescimento, devendo refletir as semelhanças e diferenças nas condições ecológicas dentro da região de interesse (Soares *et al.*, 1995).

Os utilizadores, quando confrontados com a necessidade de selecionarem um modelo para uma determinada aplicação, devem ter em conta que nenhum é totalmente correto, mas que, face aos objetivos que se pretendem atingir, um pode ser mais útil ou conveniente do que outros. Isto significa que a validade de um modelo não pode estar divorciada quer dos objetivos para os quais foi construído quer dos objetivos dos potenciais utilizadores (Soares *et al.*, 1995).

Segundo Vanclay (1994), a adequada abordagem de modelação depende dos dados, meios e conhecimentos disponíveis e o modelo resultante deve ser objetivo, imparcial, bem documentado e disponível.

Apesar de existirem inúmeras classificações propostas para os modelos de crescimento (Porté & Bartelink, 2001), as que se apresentam de seguida são as tradicionalmente utilizadas para identificar as diferentes filosofias de modelação que se desenvolveram nos últimos 50 anos (Peng, 2000).

2.3.1 Modelos de árvore vs modelos de povoamento

Os modelos de crescimento podem ser classificados de acordo com as variáveis que utilizam para simular o processo de crescimento. Uma vez que um inventário

florestal recolhe dados de cada árvore presente na unidade de amostragem, a parcela, o processo de simulação pode incidir sobre (1) o comportamento de cada árvore, ou (2) sobre o comportamento do povoamento, depois de apurados os valores de todas as árvores e extrapolados para uma unidade de área, geralmente, o hectare. Os primeiros são os modelos de árvore e os segundos os modelos de povoamento.

A abordagem ao nível da árvore, segundo Porté & Bartelink (2001), parecerá mais apropriada para perceber o crescimento do povoamento enquanto afetado pela competição entre os vários indivíduos, mas a simulação ao nível do povoamento ajusta-se melhor à informação de crescimento como resultado dos erros acumulados do modelo da árvore quando somado para o povoamento.

Os modelos de árvore utilizam parâmetros recolhidos ao nível de cada árvore, como por exemplo, o diâmetro e a altura, associados a parâmetros do povoamento. É a soma dos resultados individuais que produz a estimativa ao nível do povoamento. Podem requerer, ou não, o conhecimento da posição espacial de cada árvore, classificando-se respetivamente como dependentes ou independentes da distância (Soares, 1999). De forma intuitiva, as medidas de competição entre árvores que sejam espacialmente explícitas, ou seja, que considerem a distância entre elas, deverão ter um melhor desempenho na modelação do crescimento do que as independentes da distância, especialmente em povoamentos heterógeneos (Nord-Larsen, 2006).

Quanto aos modelos de povoamento, não descrevem as árvores individuais, sendo a maioria deles simples e robustos, requerendo relativamente pouca informação para predizer o crescimento do povoamento (Peng, 2000). Os modelos de povoamento mais simples e antigos são as tabelas de produção, utilizadas pelos florestais do centro da Europa no século XIX, que permaneceram como o estado da arte da modelação do crescimento e da produção florestal até à década de 50 do século XX (Peng, 2000).

Estes modelos usam parâmetros do povoamento, como por exemplo a área basal e a altura dominante, mas também parâmetros que caracterizam a distribuição de diâmetros para simular o crescimento e produção do povoamento.

No entanto, fornecem muito pouca informação acerca das árvores presentes, pelo que são de extrema utilidade na modelação de plantações puras (compostas, maioritariamente, por árvores da mesma espécie florestal) e equiênias (compostas por árvores da mesma idade) mas de uso limitado na modelação de povoamentos mistos, onde estão presentes mais do que uma espécie florestal (Vanclay, 1994).

Vanclay (1994) e Avery & Burkhart (2002) ainda separam os modelos de povoamento em equações de crescimento e produção e em modelos de distribuições por classes de dimensão (diâmetro).

Do ponto de vista da CELPA, e de acordo com a metodologia de inventário atualmente implementada, o modelo de árvore individual independente da distância é o que se apresenta mais interessante porque é capaz de simular uma vasta quantidade de atividades silvícolas, como seja a remoção de árvores (Cao *et al.*, 2002; Adame *et al.*, 2007). De facto, no inventário do eucalipto realizado pela CELPA é comum as equipas reportarem que determinadas árvores foram cortadas nas parcelas de campo e a utilização deste tipo de modelo tornaria a projeção do crescimento do povoamento mais simples, em substituição do atual modelo de povoamento.

2.3.2 Modelos empíricos vs modelos processuais de base fisiológica

Quanto à complexidade e modelação de processos fisiológicos, os modelos dividem-se em (1) empíricos ou (2) processuais de base fisiológica.

Os modelos empíricos, preditivos, descritivos ou indutivos baseiam-se em medições de campo, não pretendem identificar a relação causal existente entre as variáveis, estabelecendo simplesmente uma relação entre a variável dependente e as variáveis independentes, através de uma formulação matemática, o que não implica que as predições obtidas não sejam biologicamente realistas. As variáveis básicas usadas em modelos simples aplicáveis a povoamentos equiênios são a espécie, a classe de qualidade do povoamento, um índice de densidade (normalmente, a área basal ou o número de árvores por hectare) e a dimensão inicial (função da idade).

A maior qualidade da abordagem empírica é a descrição da melhor relação entre os dados das medições e as variáveis que determinam o crescimento através da utilização de uma função matemática específica, sendo estes modelos fáceis de construir, requerendo dados de entrada fáceis de obter (Peng, 2000).

Os modelos empíricos representam um método apropriado para prever produções num curto prazo e para escalas temporais onde se espere que as condições históricas de crescimento não se alterem (Peng, 2000). Apresentam, por isso, limitadas capacidades espaciais e temporais de extrapolação (Soares, 1999), como, por exemplo, num cenário de alterações climáticas.

Por seu lado, os modelos processuais de base fisiológica ou mecanísticos baseiam-se no conhecimento dos processos fisiológicos fundamentais, como, por exemplo, a fotossíntese, a respiração e os ciclos de nutrientes. Apenas foram

desenvolvidos na década de 80 do século XX (Porté & Bartelink, 2001) após a acumulação de conhecimento com a utilização de modelos empíricos. Peng (2000) refere que, de entre as principais contribuições destes modelos, inclui-se a sua aplicabilidade a longo prazo, mesmo em condições de mudança, como sejam os cenários de alterações climáticas, tendo uma maior utilização teórica, em atividades de investigação, do que prática, na gestão florestal (Porté & Bartelink, 2001), embora esta tendência se esteja a alterar devido à importância crescente das alterações climáticas.

Regra geral, um ponto fraco dos modelos empíricos é um ponto forte dos modelos processuais de base fisiológica e vice-versa, pelo que estas duas abordagens podem ser combinadas em modelos híbridos, com o objetivo de, na medida do possível, ultrapassar os pontos fracos de cada uma delas. Mais concretamente, ao incorporarem-se os elementos chave dos processos empírico e processual numa abordagem híbrida de modelação dos ecossistemas poder-se-á obter um modelo que preveja o crescimento e produção florestal tanto no curto como no longo prazo (Peng, 2000).

Do ponto de vista da CELPA, e tendo em consideração a informação de inventário que está disponível e os objetivos que se pretendem atingir, os modelos empíricos são os que se apresentam como mais interessantes.

2.3.3 Modelos de crescimento determinísticos vs modelos estocásticos

Independentemente do detalhe com que tenta reproduzir a realidade, um modelo pode ser determinístico ou estocástico. Um modelo determinístico fornece uma estimativa do crescimento esperado de um povoamento e, para as mesmas condições iniciais, fornece sempre o mesmo resultado, não comportando nenhuma componente aleatória. Pelo contrário, um modelo estocástico incorpora incerteza, tentando simular a variação natural que ocorre no mundo real, fornecendo diferentes previsões, associadas a uma probabilidade de ocorrência, para as mesmas condições iniciais. Neste caso, uma estimativa isolada é de pouca utilidade, mas um conjunto de simulações para as mesmas condições iniciais fornece informação, não só sobre o crescimento médio do povoamento, para determinadas condições iniciais, mas também sobre a sua variabilidade.

Na modelação do crescimento e produção florestal, a maioria das metodologias desenvolvidas tem sido determinística, estando a avaliação da variabilidade e do risco, geralmente, omissas.

Os modelos determinísticos e estocásticos são, assim, complementares e a sua utilização em conjunto pode revelar-se útil para a gestão florestal (Vanclay, 1994). De facto, existem modelos mistos que incluem efeitos fixos, que contabilizam as relações entre as variáveis dependentes e independentes da população, e efeitos aleatórios, que contabilizam a variação associada à unidade de amostragem. A utilização destes modelos permite que sejam calibrados para diferentes localizações ou períodos de crescimento pela predição de componentes aleatórios a partir de informação do novo povoamento (Lhotka & Loewenstein, 2010).

Do ponto de vista da CELPA, e tendo em consideração que o modelo a desenvolver se destina a simular o crescimento de um elevado número de parcelas de amostragem, à escala nacional, os modelos determinísticos apresentam-se como ao mais interessantes.

2.3.4 Modelos de crescimento dependentes vs independentes da idade

Em teoria, existem duas estruturas típicas de povoamento, regulares e irregulares, podendo haver uma enorme variedade de gradações entre as duas. Um povoamento de idade regular é composto por um grupo de árvores de uma única classe de idade, tendo sido originado num curto período de tempo. Nestes povoamentos, os diâmetros mostram alguma variação, fruto da competição entre árvores e da dinâmica do povoamento, embora a maioria das árvores se agrupem perto do diâmetro médio, com frequências decrescentes para pequenos e grandes diâmetros (Peng, 2000). Ainda segundo Peng (2000), um povoamento irregular, por sua vez, é composto por árvores de diversas idades que variam em altura, resultando num perfil vertical. Nestes povoamentos, a distribuição de diâmetros em pequenas áreas poderá conter uma elevada irregularidade, que tenderá a esbater-se à medida que a superfície aumenta.

No entanto, a idade é normalmente reportada como uma das variáveis mais importantes na modelação do crescimento e produção em povoamentos regulares, sendo uma variável difícil de determinar em inventários florestais nacionais. Adicionalmente, o método indireto mais utilizado para estimar a qualidade da estação, definida como o potencial para a produção lenhosa de uma espécie ou tipo de floresta consideradas nesse local, baseia-se na relação entre a altura dominante e a idade, odenominado Índice de Qualidade da Estação (IQE), mas só é possível de determinar em povoamentos regulares e de idade conhecida (Fontes *et al.*, 2003).

Historicamente, o desenvolvimento de modelos de crescimento esteve associado a povoamentos mono-específicos, regulares, de idade conhecida (Porté & Bartelink, 2001) e a modelação independente da idade, intimamente ligada aos povoamentos irregulares, tem sido alvo de bastante menos atenção por parte da comunidade ligada à floresta, quer pela falta de dados disponíveis, quer pela necessidade de desenvolver abordagens de modelação alternativas.

De facto, os povoamentos irregulares adicionaram um nível de complexidade quando comparados com os regulares, tornando a modelação mais difícil porque, em consequência das várias idades presentes, não é possível a atribuição de uma idade única nem de um índice de qualidade da estação que dependa da idade (Kiernan *et al.*, 2008).

Independentemente do conhecimento da idade, uma forma bem sucedida para modelar o crescimento dos povoamentos tem sido através de funções de crescimento expressas através de equações às diferenças. As equações às diferenças representam uma família de funções de crescimento com todos os parâmetros comuns exceto um, denominado de parâmetro livre (Tomé *et al.*, 2006).

Estas equações, na sua forma integral (modelam a produção), não são, habitualmente, usadas para simular o crescimento de povoamentos de idade desconhecida porque dependem dela. De modo a ultrapassar esta limitação, Tomé *et al.* (2006) propuseram uma metodologia para formular funções de crescimento como equações às diferenças nas quais a idade não está explícita, que aplicaram às funções de Lundqvist-Korf e Richards. Mais recentemente, Burkhart & Tomé (2012) aplicaram a mesma metodologia à função de Hossfeld IV (Tabela 2.1).

Para obter uma família de curvas com este tipo de equações às diferenças independentes da idade, pelo menos um dos parâmetros tem que ser expresso em função de características da estação, como por exemplo, dados de solo e/ou clima, podendo ainda incluir características do povoamento. É importante salientar que estas equações só serão invariantes para o intervalo de projeção se e só se as expressões dos parâmetros não contiverem variáveis que dependam da idade dos povoamentos. Caso esta condição não se verifique, as projeções dependerão, obviamente, do intervalo de projeção e, nestes casos, não serão realmente independentes da idade - apenas esta não estará explícita na expressão (Tomé, 2011).

Função	Forma integral dependente da idade	Forma integral independente da idade
Hossfeld IV	$Y_i = \frac{At_i^m}{k + t_i^m}$	$Y_{i+a} = A \frac{\left(\left(\frac{Y_i k}{A - Y_i} \right)^{\frac{1}{m}} + a \right)^m}{k + \left(\left(\frac{Y_i k}{A - Y_i} \right)^{\frac{1}{m}} + a \right)^m}$ (Burkhardt & Tomé, 2012)
Richards	$Y_i = A(1 - e^{-kt_i})^{\frac{1}{1-m}}$	$Y_{i+a} = A \left(1 - e^{-ka} \left(1 - \left(\frac{Y_i}{A} \right)^{1-m} \right) \right)^{\frac{1}{1-m}}$ (Tomé <i>et al.</i> , 2006)
Lundqvist-Korf	$Y_i = Ae^{\frac{-k}{t_i^m}}$	$Y_{i+a} = Ae^{\frac{-k}{\left(\left(\frac{-k}{\ln(Y_i/A)} \right)^{\frac{1}{m}+a} \right)^m}}$ (Tomé <i>et al.</i> , 2006)

Tabela 2.1 – Funções candidatas (Y_i : variável Y no momento t_i ; a : horizonte de projeção, em anos; ln: logaritmo natural; m: parâmetro de forma; A: assíntota; k: parâmetro relacionado com a taxa de crescimento).

A função Hossfeld IV é uma função sigmoide e é a mais antiga das três - foi proposta para a descrição do crescimento das árvores em 1822 (Zeide, 1993). Esta função pode ser obtida através da logística generalizada, sendo, por isso, designada por função de crescimento log-logística por alguns autores (Burkhardt & Tomé, 2012).

A função de Richards (Richards, 1959) resulta da generalização da função desenvolvida por Von Bertalanffy para o crescimento animal, que foi reportada por Mitscherlich em 1919. Por vezes é também denominada Chapman-Richards, devido aos estudos de Chapman, em 1962, sobre populações de peixes (Vanclay, 1994). Esta função modela a taxa absoluta de crescimento em biomassa (ou volume) como a diferença entre uma taxa anabólica (metabolismo construtivo), proporcional à área fotossinteticamente ativa (expressa através de uma relação alométrica com a biomassa) e uma taxa catabólica (metabolismo destrutivo), proporcional à biomassa.

De acordo com Zeide (1993), a função de Lundqvist-Korf foi originalmente proposta por Korf, na Checoslováquia em 1939 e foi redescoberta por diversas vezes desde então, em particular por Lundqvist em 1957. Esta função obtem-se com base na hipótese de que o crescimento relativo varia de forma inversa com a função potencial da idade, uma relação que está de acordo com os conceitos biológicos e com o desenvolvimento de povoamentos equiétricos (Tomé *et al.*, 2006).

Zeide (1993) também propôs uma forma diferencial, que modela os acréscimos, na qual a componente de declínio é expressa em função da dimensão em vez da idade:

$$YD \quad y' = k_1 y^p e^{qy},$$

onde y é a variável dependente, e é base do logaritmo natural, $k, p > 0$ e $q < 0$ são os parâmetros da equação.

Para a CELPA, os modelos independentes da idade, e em especial as quatro equações acima mencionadas (Hossfeld IV, Richards, Lundqvist-Korf e YD), revelam-se de extremo interesse na simulação do crescimento, quer de povoamentos de eucalipto que mesmo que regulares são de idade desconhecida, quer de povoamentos irregulares porque, tal como já foi referido, estes últimos ocupam 262 mil hectares, registando um aumento de 69 mil hectares entre 1995 e 2005 (Autoridade Florestal Nacional, 2010), fruto dos incêndios de 2003 e 2005 e da ausência de uma gestão florestal ativa e profissional.

2.4 MODELAÇÃO DA MORTALIDADE

De acordo com Vanclay (1994), alguns autores assumem que, em plantações florestais regulares e bem geridas, a mortalidade natural e o ingresso são negligenciáveis, evitando, desta forma, a sua modelação, mas, com maior ou menor impacte, uma correta estimação da mortalidade levará a melhores previsões do crescimento e produção.

Em modelos de árvore individual, a mortalidade pode ser simulada de forma probabilística ou determinística, como função de atributos da árvore e do povoamento. A idade da árvore pode ser uma variável importante, embora, em plantações florestais, não seja a causa direta da morte da árvore. A dimensão da árvore também não parece ser a causa de morte mas, na prática, é um bom preditor da probabilidade de sobrevivência da árvore (Vanclay, 1994).

Ainda segundo Vanclay (1994), o efeito da produtividade da estação na probabilidade de sobrevivência da árvore não é muito claro - se a mortalidade for expressa como função da idade, a mortalidade parece aumentar com o aumento da produtividade da estação, mas se esta for expressa em função da altura dominante e da densidade, verifica-se que as estações mais produtivas conseguem suportar uma maior área basal por hectare e, em igualdade de outras circunstâncias, apresentam uma menor mortalidade.

A probabilidade de sobrevivência da árvore pode ser estimada com o recurso a funções lineares definidas com base na densidade do povoamento e em medidas

relativas de dimensão. No entanto, estas funções apresentam pouca capacidade extrapolativa, originando, frequentemente, valores fora do intervalo [0,1].

A função logística ultrapassa esta dificuldade, uma vez que é limitada superiormente, sendo possível restringir a probabilidade de sobrevivência (P) ao intervalo [0,1]. A probabilidade da árvore morrer (não sobreviver) é, então, calculada por $1 - P$ e $f(X)$ é uma função, frequentemente linear, de várias variáveis explicativas.

$$P = \frac{e^{f(X)}}{1 + e^{f(X)}}$$

Esta função é, sem dúvida, a mais utilizada na expressão da sobrevivência da árvore (Vanclay, 1994; Soares, 1999; Cao, 2000; Cao *et al.*, 2002; Cao & Strub, 2008; Pukkala *et al.*, 2009; Crecente-Campo *et al.*, 2010). No entanto, a maior parte dos modelos conseguem prever elevadas probabilidades de sobrevivência para as árvores vivas no momento do inventário mas têm dificuldades em prever elevadas probabilidades de morte para as que morreram no período entre duas medições. Este facto parece refletir a incapacidade de identificar os fatores mensuráveis mais diretamente relacionados com a morte da árvore (Meldahl *et al.*, 1988).

A variável dependente em análise (sobrevivência anual da árvore) é de natureza binária ou dicotómica que assume os valores 0 para as árvores que morreram num dado período de crescimento definido e o valor 1 para as que sobreviveram nesse mesmo período. A regressão logística permite prever um valor entre 0 e 1, que pode ser interpretado como a probabilidade da árvore sobreviver ou morrer durante o período de tempo considerado. Tem por base a função logística e os seus parâmetros são estimados através do método da máxima verosimilhança.

O facto de se estimar a probabilidade de sobrevivência não obriga à sua utilização de modo estocástico. Para a sua utilização em modelos determinísticos basta que se defina um valor limite a partir do qual a árvore é considerada morta.

3 METODOLOGIA

3.1 ABORDAGEM DE MODELAÇÃO

De acordo com o anteriormente descrito, o objetivo desta dissertação de mestrado é o desenvolvimento de um modelo de crescimento de árvore individual independente da distância, empírico, determinístico e independente da idade, de modo a poder simular a evolução dos povoamentos nacionais de eucalipto, abrangendo o maior número possível de situações diferentes. Pretende-se que o modelo contenha uma função para o crescimento anual em diâmetro, outra função para o crescimento anual em altura e, finalmente, uma função para a probabilidade anual de sobrevivência.

Recorrendo às quatro funções independentes da idade identificadas no ponto 2.3.4, procedeu-se ao ajustamento e escolha das melhores para modelar o crescimento anual, tanto em diâmetro e em altura. Paralelamente, também se modelou a probabilidade anual de sobrevivência com o recurso à regressão logística.

Os modelos apresentados são paramétricos, no sentido em que têm um conjunto de condições de especificação prévias, designadamente quanto (1) à forma da função a estimar com os dados e à (2) distribuição dos erros aleatórios. A validade estatística dos modelos e dos resultados de inferência estatística obtidos depende da verificação destas condições, e de outras condições de especificação dos modelos, e se alguma ou algumas destas condições não se verificarem, os resultados estatísticos poderão deixar de ser válidos.

3.2 MODELAÇÃO DO CRESCIMENTO ANUAL EM DIÂMETRO E ALTURA

3.2.1 Dados

Para modelar o crescimento anual em diâmetro e em altura utilizou-se um vasto conjunto de dados, proveniente da medição de 510 parcelas de inventário da CELPA (realizado em povoamentos de eucalipto não geridos pela indústria papeleira) e da Altri Florestal (realizado em povoamentos de eucalipto puros e regulares geridos por este grupo industrial), sujeitos a uma gestão ativa e profissional:

- 135 parcelas do Inventário Florestal do Eucalipto (IFE) realizado pela CELPA em 2000, com remedições em 2002, 2003 e 2004;

- 166 parcelas do IFN5 realizado pela Direção Geral dos Recursos Florestais em 2005/2006, com remedições efetuadas pela CELPA em 2007, 2008, 2009 e 2010.
- 209 parcelas permanentes da Altri Florestal com medições realizadas em 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2006, 2007, 2008 e 2009.

De referir que todos os dados utilizados tiveram origem em medições efetuadas com intervalos de tempo aproximadamente anuais (1 ano \pm 3 meses).

Inventário	Objetivo	Amostragem	Forma e dimensão das parcelas	Informação recolhida	
				Parcelas	Árvores
IFE	- Estimar as áreas ocupadas por eucalipto e o volume total em pé existente	- <i>Clusters</i> de 1 x 1 km - Máximo de 25 parcelas numa grelha regular de 200 x 200 m	- Circular - 500 m ²	- Estrato - Rotação - Idade estimada	- Diâmetro a 1.3 m acima do nível médio do solo de todos os eucaliptos maiores ou iguais a 5 cm (7,5 cm para as outras espécies).
IFN	- Informação sobre os recursos florestais à escala nacional e regional	- Sistemática numa grelha regular de 2 x 2 km			- Altura total em árvores amostra e dominantes - Código de estado (árvores vivas ou mortas)
Altri Florestal	- Conhecer a disponibilidade de madeira - Demonstrar o cumprimento dos requisitos dos esquemas de certificação da gestão florestal	- Sistemática e casual com restrições de proximidade entre as parcelas e limites das áreas - 1 parcela permanente por 12 hectares	- Circular - 400 m ²	- Estrato - Rotação - Idade exata	

Tabela 3.1 – Descrição sumária dos diferentes inventários que forneceram dados de eucalipto utilizados no ajustamento do modelo

Existem bastante menos pares de observações para a altura total do que para o diâmetro, uma vez que a metodologia empregue nos inventários que originaram os dados utilizados requer a medição do diâmetro de todos os eucaliptos maiores ou iguais a 5 cm presentes nas parcelas de campo e apenas a recolha da altura total das árvores dominantes (100 árvores mais grossas por hectare) e de algumas árvores amostra em cada classe de diâmetro (Tabela 3.1) (Autoridade Florestal Nacional, 2009).

Antes do início dos trabalhos de modelação, foi realizado um aturado trabalho de emparelhamento dos dados, árvore a árvore. Depois, e porque o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo de árvore, seguiu-se uma rigorosa validação a este nível, com o intuito de detetar possíveis falhas e incoerências. A

validação consistiu na utilização de restrições numéricas e numa análise gráfica e implicou a eliminação de todas as observações erradas, como, por exemplo, acréscimos negativos em diâmetro, ou consideradas anómalas, com baixa probabilidade de serem reais. No final destas tarefas, ficaram prontos os ficheiros com os dados para a modelação.

Cao *et al.* (2002) afirmou que os modelos desenvolvidos com informação proveniente de inventários nacionais poderão refletir, de forma mais fiel, as condições de gestão das áreas privadas não industriais do que os conjuntos de dados tipicamente utilizados para o desenvolvimento de modelos de crescimento que são recolhidos em florestas industriais, tipicamente regulares, equiétricas e sujeitas a gestão profissional.

Relativamente a este propósito, Adame *et al.* (2007) refere que muitos modelos de crescimento para o diâmetro foram ajustados tendo por base informação de inventários florestais nacionais. Este facto permite a utilização de uma quantidade enorme de dados, apesar da metodologia de amostragem não ser especificamente pensada para o desenvolvimento de modelos de crescimento e de produtividade, e poderá levar a alguns erros quando se mede o incremento radial. No entanto, assumindo que os erros de medição são aleatórios, a elevada dimensão da amostra deverá compensar esta deficiência.

Finalmente, Soares *et al.* (1995) afirmou que a informação recolhida por inventários florestais contínuos, de forma rotineira para diferentes finalidades, pode ser útil na avaliação de modelos de crescimento florestais.

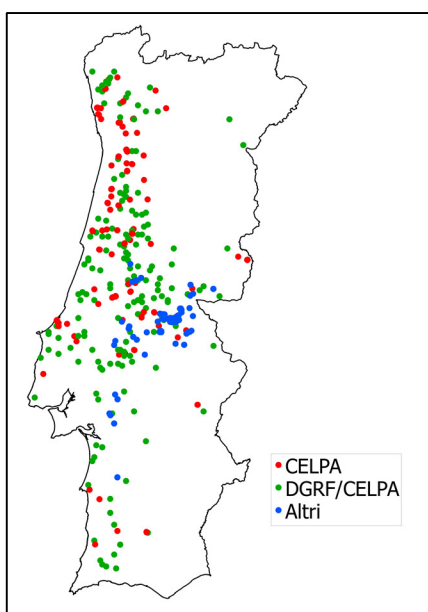


Figura 3.1 – Distribuição das parcelas de eucalipto utilizadas no estudo por inventário

Assim, apesar de se basearem em esquemas de amostragem diferentes e de existirem ligeiras diferenças na recolha da informação efetuada no campo, será válida a utilização conjunta destes dados para a finalidade proposta. Estas parcelas encontram-se distribuídas por Portugal Continental (Figura 3.1) e representam uma variedade considerável de diferentes condições de crescimento do eucalipto.

Número de medições	Parcelas	Pares de observações
2	387	387
3	113	226
4	10	30
Total	510	643

Tabela 3.2 – Número de medições das parcelas permanentes utilizadas

No total, a informação das 510 parcelas resultou em 643 pares de observações porque houve parcelas onde se efetuaram três ou quatro medições, sendo que a grande maioria apenas foi alvo de duas medições (Tabela 3.2).

Na modelação do crescimento anual em diâmetro e em altura eliminaram-se as árvores que já se encontravam mortas na altura da primeira medição ou que tenham morrido entre as duas medições, ou seja, pares de observações (árvore morta, árvore morta) e (árvore viva, árvore morta).

Variável	Obs.	Primeira medição				Segunda medição			
		Min.	Média	Max.	DP	Min.	Média	Max.	DP
Árvore									
diâmetro (cm)	22185	5.00	11.18	92.00	4.99	5.00	11.92	92.05	5.04
altura (m)	2657	4.20	17.31	47.15	5.75	5.30	18.64	49.50	5.67
Parcela									
número de árvores vivas (ha ⁻¹)	643	27	838	3380	468	27	831	3380	465
área basal (m ² ha ⁻¹)	643	0.08	11.01	36.98	7.04	0.17	12.11	38.61	7.30
diâmetro da árvore de área seccional média (cm)	643	5.19	13.13	72.72	5.41	6.60	13.95	73.01	5.37
altura dominante (m)	643	5.48	17.81	32.63	5.30	6.53	19.16	34.28	5.14

Tabela 3.3 – Caracterização dos pares de observações vivos do conjunto de dados de eucalipto utilizados no ajustamento do modelo

De modo a avaliar a qualidade das estações, completou-se a base de dados com as Normais Climatológicas de 38 estações meteorológicas localizadas em Portugal Continental, correspondentes ao período 1971/2000, e que foram adquiridas ao Instituto de Meteorologia, I. P.. As características climáticas utilizadas neste estudo correspondem, assim, a valores médios recolhidos na estação climática mais próxima

de cada parcela, significando que, quer valores específicos de cada estação, quer valores anuais não foram considerados.

Para além da utilização de dados climáticos para avaliar a qualidade das estações, faria todo o sentido cruzar os dados de inventário do eucalipto com informação de solos. No entanto, a Sociedade Portuguesa de Ciências do Solo (2004, p. 37) alerta que “(...) não se dispõe para Portugal Continental de uma carta de solos a nível global que integre toda a informação obtida de há trinta anos a esta parte. A informação atual é extraordinariamente deficiente e necessita de urgente atualização.”. Uma vez que nada foi feito de relevante desde 2004 no sentido de ultrapassar esta lacuna, não foi possível a utilização de informação sobre solos neste trabalho.

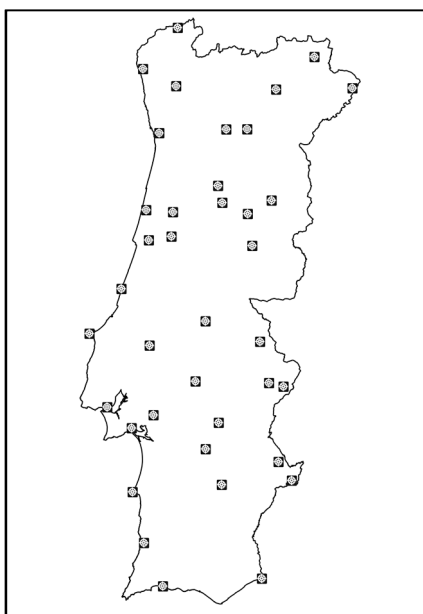


Figura 3.2 – Normais Climatológicas 1971-2000 (Instituto de Meteorologia, I. P.)

3.2.2 Seleção das equações

Com base nas funções independentes da idade de Hossfeld IV, Richards, Lundqvist-Korf e Zeide, identificadas no ponto 2.3.4, derivaram-se onze equações diferenciais para projetar o crescimento anual em diâmetro e altura, com os respetivos parâmetros expressos como combinações lineares de várias variáveis independentes. As equações foram designadas pela conjunção do nome da função em causa e pelo parâmetro expresso como combinação linear de variáveis independentes.

As variáveis independentes foram agrupadas em cinco categorias (Anexo 6.1), de acordo com o seu tipo e influência sobre o crescimento das árvores:

- de gestão;

- de árvore individual;
- de densidade;
- de qualidade da estação (clima);
- de percentagem de eucalipto.

De modo a avaliar a sua importância em relação ao crescimento em diâmetro e em altura, para cada uma das onze equações foram testadas diferentes combinações de variáveis independentes, sendo obrigatório cada uma das possibilidades conter uma variável ou combinação de variáveis de cada categoria.

Utilizou-se o algoritmo *Levenberg-Marquardt* implementado no pacote *minpack.lm* (Elzhov *et al.*, 2012) do *software R: A language and environment for statistical computing* (R Development Core Team, 2012), para encontrar os parâmetros finais, uma vez que é bastante preciso a encontrar os mínimos globais se os valores iniciais forem bons (Amaro *et al.*, 1998).

Todas as regressões não lineares nos parâmetros foram ajustadas com valores iniciais diferentes para assegurar que a convergência se baseia em mínimos globais e não locais (Almeida & Marques, 2005). Como valores iniciais dos parâmetros no algoritmo utilizaram-se os publicados para as mesmas funções para o eucalipto por Amaro (1997) e, no caso das funções para as quais não se encontrou bibliografia, utilizou-se a pesquisa numa grelha (*grid-search*) criada a partir dos valores mínimos e máximos considerados possíveis.

Seguindo a avaliação de modelos florestais proposta por Soares *et al.* (1995) foram calculadas as seguintes estatísticas:

- Média dos resíduos (Mres), que expressa o enviesamento do modelo quando diversas observações são combinadas, sendo que um valor perto de zero evidencia um modelo não enviesado: $(\sum(\hat{y}_i - y_i)/N)$;
- Média dos valores absolutos dos resíduos (MAres), que expressa a precisão do modelo ou o valor médio do erro associado a uma única previsão, sendo que quanto menor for o seu valor mais preciso é o modelo: $(\sum|\hat{y}_i - y_i|/N)$;
- Percentis P_5 e P_{95} dos resíduos, que expressam a ideia dos valores extremos que podem ocorrer, sendo que o percentil P_n indica que n% dos resíduos são menores do que P_n ;
- Eficiência do modelo (EF), que expressa a percentagem de variância explicada pelo modelo, sendo que o valor um indica um ajustamento

“perfeito”, zero que o modelo não será melhor do que uma simples média e valores negativos indicam um modelo pobre: $EF = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum(y_i - \bar{y}_i)^2}$.

- Regressão linear entre valores observados e estimados: $y_{obs} = \beta_1 + \beta_2 y_{est} + \varepsilon$.

Possíveis violações ao modelo podem ser detetadas por meio de procedimentos gráficos e de testes estatísticos formais, sendo os primeiros muitas vezes suficientes, mas que podem ser complementados pelos segundos em caso de dúvida (Ritz & Streibig, 2008). Assim, também foram validados, mas apenas de forma gráfica, os seguintes pressupostos subjacentes aos modelos de regressão não-linear:

- Homoscedasticidade, ou seja, homogeneidade da variância, através do gráfico da distribuição dos resíduos absolutos pelos valores estimados;
- Normalidade dos erros das medições, através do gráfico quantil-quantil para a distribuição normal;
- Independência dos erros de medição, através do gráfico dos resíduos vs resíduos desfasados.

3.2.3 Resultados e discussão

A escolha das equações de crescimento anual em diâmetro e em altura foi sequencial, sendo o primeiro passo a identificação das combinações das variáveis independentes que minimizavam a função de perda, definida como a soma dos quadrados dos resíduos (valores observados – valores estimados). Em seguida analisou-se a significância dos parâmetros estimados e, por último, procedeu-se à interpretação e avaliação (bio)lógica dos mesmos.

Uma vez que os pressupostos iniciais do termo dos erros do modelo, nomeadamente a não independência das variáveis explicativas e a possibilidade de correlação em série são violadas nalgum grau, tal como refere Amaro *et al.* (1998), a escolha das equações finais foi encarada como um compromisso entre significância estatística e biológica, em vez de um mero exercício de inferência estatística.

Amaro *et al.* (1998) refere que seleção de equações recorrendo à regressão não linear é um processo inerentemente subjetivo e, de alguma forma, dependente dos dados, facto com o qual concordamos inteiramente depois desta experiência. Assim, a escolha das equações finais revelou-se complicada pelo facto de várias expressões ajustarem os dados de forma equivalente e responderem, de igual forma, aos critérios de seleção aplicados.

De um modo geral, a função de Richards foi a que apresentou melhores resultados, tanto para o diâmetro como para a altura, reforçando a ideia de ser uma equação flexível e que, tipicamente, ajusta bem dados de crescimento (Burkhardt & Tomé, 2012).

Em termos de diâmetro, as melhores funções foram a Richards-k, a Richards-m e a Zeide-p (Anexo 6.2). Destas, a função de Richards-m apresenta uma assíntota de 78,72 cm, valor inferior ao diâmetro máximo de 92,05 cm verificado no campo, o que, segundo diversos autores (Amaro, 1997; Fontes *et al.*, 2003; Tomé *et al.*, 2006) é motivo suficiente para a sua rejeição. A função Zeide-p apresenta um valor mínimo do parâmetro p de -0.515925, o que viola o pressuposto deste ser sempre positivo. Deste modo, a escolha recaiu sobre a função Richards-k, que tem uma assíntota de 114,49 cm e apresenta o parâmetro de crescimento k como combinação linear da composição do povoamento (puro), da área basal das árvores maiores do que a árvore em questão, do inverso da área basal, da temperatura média máxima do mês mais quente e da percentagem de área basal dos eucaliptos no total do povoamento:

$$d_{i+1} = A \left(1 - e^{-k \left(1 - \left(\frac{d_i}{A} \right)^{1-m} \right)} \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

O parâmetro k definiu-se como:

$$k = k_0 + k_1 \text{puro} + k_2 G_L + k_3 \frac{1}{G} + k_4 \text{Temp med max mmq} + k_5 G_{perc}$$

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t value	Pr (> t)
A	114.485875	15.636177	7.322	0.000000
M	0.183451	0.031463	5.831	0.000000
k_0	0.031391	0.005612	5.593	0.000000
k_1	0.001838	0.000360	5.107	0.000000
k_2	-0.000516	0.000092	-5.609	0.000000
k_3	0.002904	0.000566	5.126	0.000000
k_4	-0.000408	0.000074	-5.517	0.000000
k_5	-0.008075	0.001486	-5.432	0.000000

Tabela 3.4 – Resultado do ajustamento da função Richards-k para a estimação do crescimento anual dos eucaliptos em diâmetro.

Como se pode constatar (Tabela 3.4), a estimativa final é significativa com 95% de confiança para todos os parâmetros.

Com todas as outras variáveis constantes, os povoamentos puros e o inverso da área basal, reforçando a ideia de que quanto menos lotado estiver um povoamento mais tenderá a crescer em diâmetro, relacionam-se de forma positiva com o crescimento em diâmetro. Pelo contrário, a área basal das árvores maiores do que a árvore em questão relaciona-se de forma negativa, confirmando que o acréscimo na competição leva à redução do crescimento do diâmetro, assim como a temperatura média máxima do mês mais quente, que é um inibidor do crescimento das plantas, e a percentagem de área basal de eucalipto na totalidade do povoamento.

A avaliação da função de Richards-k para a estimação do crescimento anual em diâmetro apresenta os seguintes resultados:

- Média dos resíduos (Mres) = 0.000036
- Média dos valores absolutos dos resíduos (MAres) = 0.364202
- Soma dos quadrados dos resíduos = 5500
- Percentis dos resíduos $P_5 = -0.883785$ e $P_{95} = 0.653666$
- Eficiência do modelo (EF) = 0.990249

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t value	Pr (> t)
Constante	-0.021751	0.008626	-2.522	0.011692
d estimado	1.001822	0.000667	1501.184	0.000000

Tabela 3.5 – Resultados da regressão linear entre os diâmetros observados e estimados

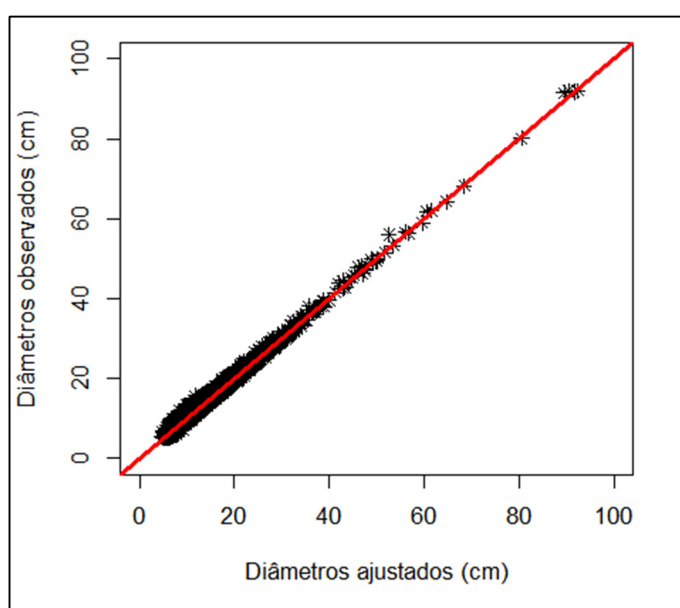


Figura 3.3 – Diâmetros observados vs diâmetros ajustados

A regressão linear entre os diâmetros observados e estimados, com uma constante perto de zero e um declive perto de um (R^2 ajustado = 0.990252) indicia predições de qualidade (Tabela 3.5 e Figura 3.3).

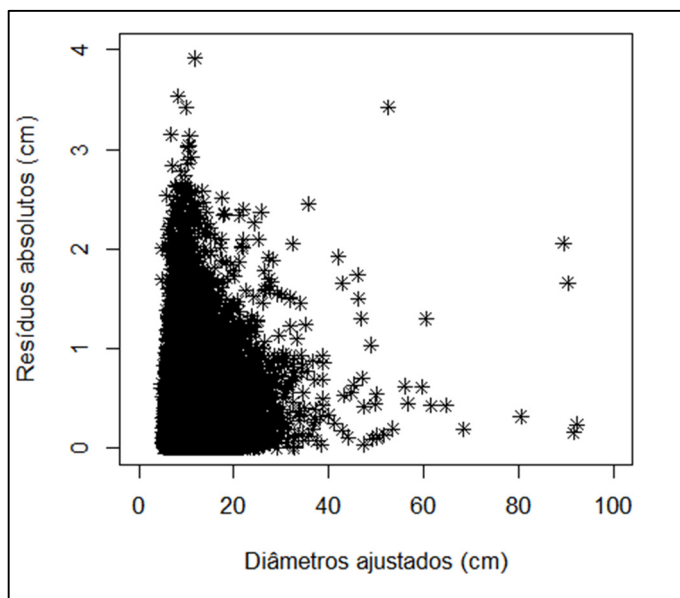


Figura 3.4 – Distribuição dos resíduos absolutos pelos diâmetros ajustados

O gráfico da distribuição dos resíduos absolutos pelos diâmetros ajustados (Figura 3.4) mostra que maiores diâmetros ajustados não implicam uma maior dispersão dos resíduos, o que sugere que a variância não é superior para diâmetros mais elevados, ou seja, que o pressuposto da homogeneidade da variância é, em princípio, satisfeito.

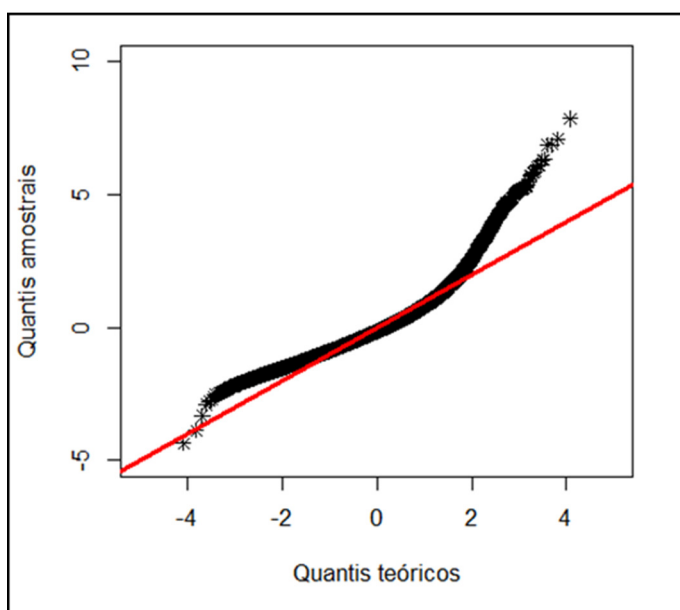


Figura 3.5 – Gráfico quantil-quantil para a distribuição normal do diâmetro

De acordo com a Figura 3.5, pode assumir-se a presunção de normalidade dos resíduos da predição anual do crescimento em diâmetro, uma vez que os pontos tendem a concentrar-se em torno da reta de declive um que passa na origem e intercetam o eixo dos yy no valor zero. Ainda assim, dado o elevado número de observações em jogo ($n = 22185$), é razoável admitir, para os modelos não lineares nos parâmetros estimados, que os estimadores dos parâmetros têm como distribuição assintótica a distribuição normal, independentemente da distribuição dos resíduos. Daí que os desvios dos erros aleatórios relativamente à distribuição normal não seja um problema a merecer particular preocupação, para além de um elevado número de graus de liberdade em jogo.

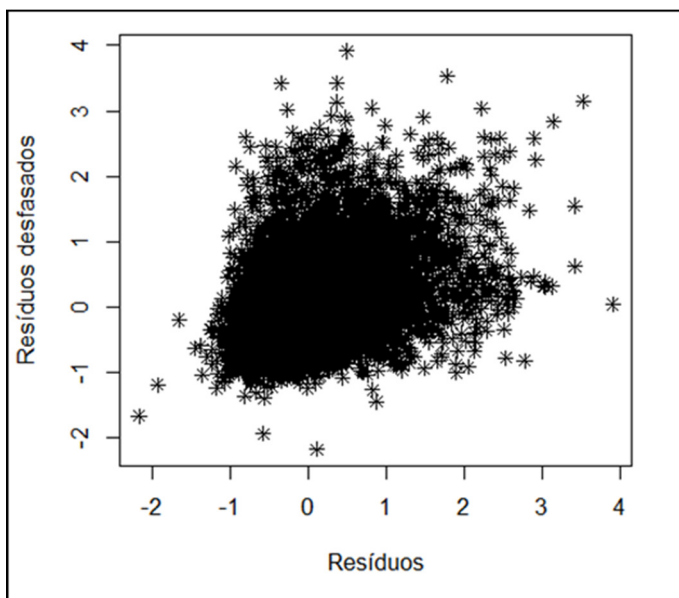


Figura 3.6 – Comparação dos resíduos de predição do crescimento anual em diâmetro com os resíduos desfasados

De acordo com a Figura 3.6, que compara os resíduos de predição do crescimento anual em diâmetro com os resíduos desfasados, não se deteta nenhuma tendência linear que evidencie problemas de correlação.

Relativamente ao crescimento anual em altura, as melhores funções foram as de Richards-A, Richards-m e Zeide-p (Anexo 6.3). Destas, a função de Richards-A apresenta uma assíntota mínima de 28,81 m, valor inferior ao máximo de 49,50 m medido no campo, o que levou à sua rejeição. A função de Zeide-p apresenta um valor mínimo do parâmetro p de -0.346809, o que viola o pressuposto deste ser sempre positivo. Assim, a escolha recaiu sobre a função Richards-m, que tem uma assíntota de 71,74 m e apresenta o parâmetro de forma m como combinação linear da existência de corte ou não do povoamento (`alto_fuste`), da área basal das árvores

maiores do que a árvore em questão, do número total de árvores vivas do povoamento, da temperatura média e da percentagem de área basal dos eucaliptos no total do povoamento:

$$h_{i+1} = A \left(1 - e^{-k} \left(1 - \left(\frac{h_i}{A} \right)^{1-m} \right) \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

O parâmetro m definiu-se como:

$$m = m_0 + m_1 \text{alto fuste} + m_2 G_L + m_3 \frac{N_{viv}}{1000} + m_4 \text{Temp med} + m_5 G_{perc}$$

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t value	Pr (> t)
A	71.735833	16.707429	4.294	0.000018
k	0.019280	0.008936	2.157	0.031058
m_0	-1.432148	0.358038	-4.000	0.000065
m_1	-0.135726	0.036208	-3.748	0.000182
m_2	0.039946	0.008921	4.478	0.000008
m_3	-0.223946	0.044594	-5.022	0.000001
m_4	0.073756	0.025006	2.950	0.003210
m_5	0.188293	0.075783	2.485	0.013029

Tabela 3.6 – Resultado do ajustamento da função Richards-m para a estimação do crescimento anual dos eucaliptos em altura.

Como se pode constatar (Tabela 3.6), a estimativa final de todos os parâmetros é significativa com 95% de confiança.

Segundo Amaro *et al.* (1998) valores negativos do parâmetro de forma m são mais comuns nas melhores estações e, de acordo com Burkhart & Tomé (2012), originam taxas mais elevadas de crescimento. Assim, o parâmetro m relaciona-se de forma negativa com o alto fuste e o número de árvores vivas do povoamento e de forma positiva com as restantes variáveis.

A avaliação da função de Richards-m para a estimação do crescimento anual dos eucaliptos em altura apresenta os seguintes resultados:

- Média dos resíduos (Mres) = -0.004033
- Média dos valores absolutos dos resíduos (MAres) = 0.689016
- Soma dos quadrados dos resíduos = 2020
- Percentis dos resíduos $P_5 = -1.697966$ e $P_{95} = 1.135068$
- Eficiência do modelo (EF) = 0.976367

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t value	Pr (> t)
Constante	-0.034358	0.058852	-0.584	ns
h_{est}	1.002060	0.003025	331.226	0.000000

Tabela 3.7 – Resultados da regressão linear entre as alturas observadas e estimadas

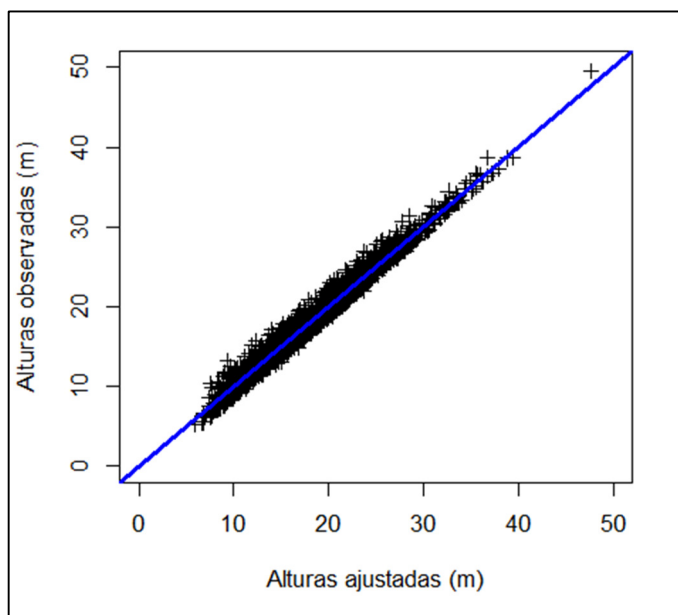


Figura 3.7 – Alturas observadas vs alturas ajustadas

A regressão linear entre as alturas observadas e estimadas, com uma constante perto de zero e um declive perto de um (R^2 ajustado = 0.976363) indicia previsões de qualidade, apesar da constante não ser significativa (Tabela 3.7 e Figura 3.7):

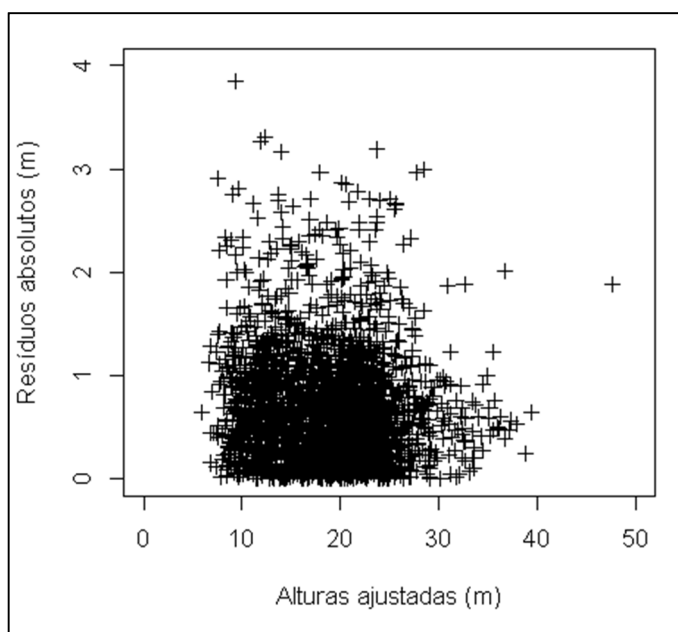


Figura 3.8 – Distribuição dos resíduos absolutos pelas alturas ajustadas

O gráfico da distribuição dos resíduos absolutos pelas alturas ajustadas (Figura 3.8) mostra que maiores alturas ajustadas não implicam uma maior dispersão dos resíduos, o que sugere que a variância não é mais elevada para alturas superiores. Por outro lado, a variância dos resíduos ao longo dos valores ajustados é sensivelmente constante. Por conseguinte, o pressuposto da homogeneidade da variância dos erros aleatórios é razoavelmente satisfeito.

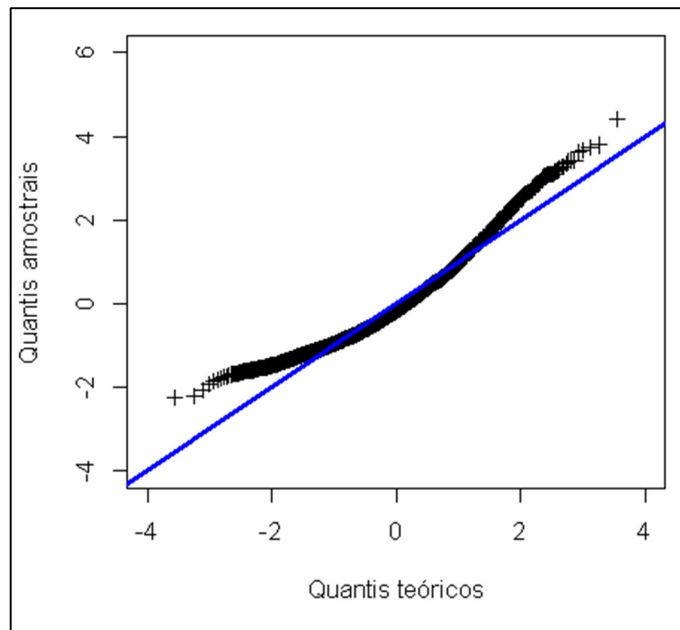


Figura 3.9 – Gráfico quantil-quantil para a distribuição normal da altura

De acordo com a Figura 3.9 pode assumir-se a presunção de normalidade dos resíduos da predição anual do crescimento em altura, uma vez que os pontos tendem a concentrar-se em torno da reta de declive um que passa na origem e intercetam o eixo dos yy no valor zero. Novamente, dado o elevado número de observações para a altura em jogo ($n = 2657$), é razoável admitir, para os modelos não lineares nos parâmetros estimados, que os estimadores dos parâmetros têm como distribuição assintótica a distribuição normal, independentemente da distribuição dos resíduos.

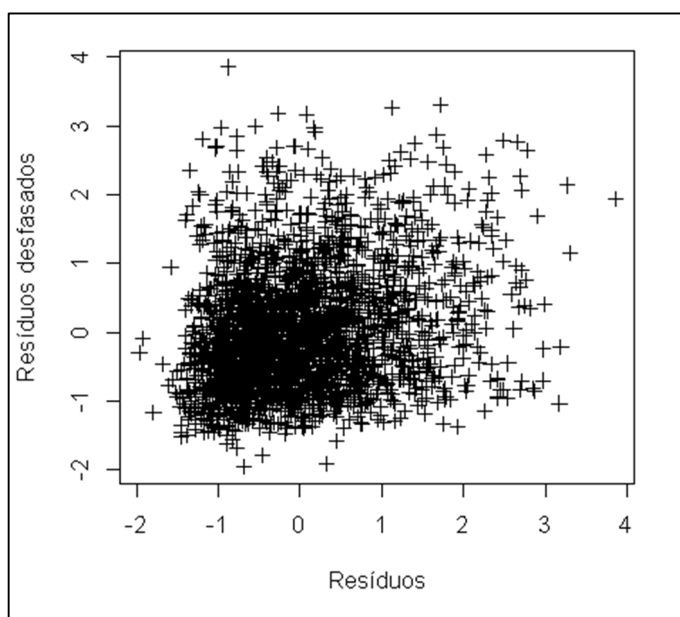


Figura 3.10 – Comparação dos resíduos de predição do crescimento anual em altura com os resíduos desfasados

De acordo com a Figura 3.10, que compara os resíduos de predição do crescimento anual em altura com os resíduos desfasados, não se deteta nenhuma tendência linear que evidencie problemas de correlação.

Como se pode constatar, as funções selecionadas para a predição do crescimento anual em diâmetro e em altura de crescimento são válidas do ponto de vista estatístico e realistas do ponto de vista biológico.

3.3 PROBABILIDADE ANUAL DE SOBREVIVÊNCIA

3.3.1 Dados

Na definição da função de probabilidade de sobrevivência anual da árvore em povoamentos de eucalipto adicionaram-se 173 pares de observações (árvore viva, árvore morta), ou seja, os eucaliptos que morreram entre as duas medições, aos 22185 pares de observações (árvore viva, árvore viva) utilizados na modelação do crescimento (ponto 3.2.1).

Assim, das 22358 observações efetuadas em 509 parcelas, registou-se a presença de 173 eucaliptos mortos em 97 delas. Ou seja, das observações selecionadas, apenas 0,8% é que correspondem a pares de observações (árvore viva, árvore morta), reforçando a ideia de que a mortalidade nos povoamentos obtidos por plantação, como é o caso do eucalipto em Portugal, é pouco significativa (Soares, 1999). Esta autora, no seu trabalho de 1999, também relata uma proporção de 0,8%.

Variável	Eucaliptos mortos (n=173)				Eucaliptos vivos (n=22185)			
	Min.	Média	Max.	DP	Min.	Média	Max.	DP
d (cm)	5.00	9.07	23.40	4.09	5.00	11.18	92.00	4.99
G _L (m ² ha ⁻¹)	0.65	13.94	35.56	7.82	0.00	8.11	36.90	6.36
d/d _g	0.22	0.66	1.35	0.28	0.13	0.94	3.35	0.29

Tabela 3.8 – Caracterização dos subconjuntos de dados utilizados na função de probabilidade de sobrevivência dos eucaliptos.

Os eucaliptos mortos, apesar de serem em número muito menor do que os vivos, apresentam, em média, diâmetros inferiores, mais sujeitos a competição, com valores mais elevados de área basal das árvores maiores, e, finalmente, com menor dimensão relativa em relação à média do povoamento, pois apresentam valores mais baixos de diâmetro em relação ao diâmetro da árvore de área seccional média (Tabela 3.8).

Variável	Eucaliptos mortos	Eucaliptos vivos
Estrato	Puro	155 (90%)
	Misto	18 (10%)
	Total	173 (100%)
Regime	Alto fuste	104 (60%)
	Talhada	69 (40%)
	Total	173 (100%)
Estrutura	Regular	155 (90%)
	Irregular	18 (10%)
	Total	173 (100%)
Verão	Fresco	2 (1%)
	Moderado	59 (34%)
	Quente	83 (48%)
	Muito Quente	29 (17%)
	Total	173 (100%)

Tabela 3.9 – Distribuição dos sub-conjuntos de dados utilizados na função de probabilidade de sobrevivência dos eucaliptos.

Os eucaliptos mortos localizam-se maioritariamente em povoamentos puros, em regime de alto fuste, regulares e com verões quentes (Tabela 3.9).

3.3.2 Estimação do modelo

Foram testadas duas estratégias alternativas para modelar a probabilidade anual de sobrevivência:

- Em dois passos, sendo o primeiro referente à probabilidade de uma parcela de campo não registrar mortalidade dos eucaliptos nela presentes e o segundo referente à probabilidade de um determinado eucalipto sobreviver, sabendo que na parcela onde se localiza foi prevista pelo menos uma árvore morta desta espécie;
- Num passo apenas, modelando diretamente a probabilidade de sobrevivência de cada eucalipto.

Uma vez que as duas abordagens produziram resultados semelhantes, optou-se pela segunda por uma questão de simplicidade.

Assim, inicialmente estudou-se o relacionamento de cada uma das variáveis, de forma individual, com a variável resposta de forma a observar quais as mais significativas, sem efeitos de interação. Em seguida, utilizou-se o procedimento de regressão logística de seleção de variáveis passo a passo (*stepwise logistic selection*), que permite, através de regras de decisão baseadas em testes de razão de verosimilhanças, definir as variáveis independentes mais significativas para a expressão da variável binária dependente, bem como estimar a probabilidade associada a cada uma das duas respostas possíveis. Para tal, foi novamente utilizado o *software R: A language and environment for statistical computing* (R Development Core Team, 2012).

Várias alternativas foram investigadas até se encontrarem os modelos que fornecem as maiores percentagens de concordância entre os valores observados e preditos sem colinearidade entre as variáveis independentes.

A análise qualitativa do modelo baseou-se em testes *standard* e estatísticas específicas para a regressão logística, nomeadamente:

- Teste de *Wald*, que pode ser utilizado para testar parâmetros em simultâneo, com a vantagem de que exige apenas a estimação do modelo sem restrições. Testa-se a hipótese nula de que o conjunto de parâmetros é igual à média da variável dependente, ou seja, que os coeficientes de interesse são simultaneamente iguais a zero (modelo globalmente não aderente);
- Teste da razão das verosimilhanças, que informa acerca da significância das variáveis em conjunto no modelo. Para calcular a estatística do teste

do rácio das verosimilhanças é necessário estimar quer o modelo sem restrições, quer o modelo restrito. Se tal não levantar dificuldades práticas, o valor deste teste é o mais simples de calcular. Este teste é realizado através da comparação do ajustamento de dois modelos e comparando as suas log-verosimilhanças. Se esta diferença for estatisticamente significativa, então o modelo menos restritivo (com mais variáveis) terá um ajustamento significativamente melhor do que o modelo mais restritivo;

- Razão de probabilidades (*odds ratio* = e^{b_i}), que fornece, para cada variável qualitativa, a variação na probabilidade de sucesso da variável resposta, para uma variação unitária da variável independente;
- A curva ROC, que é um gráfico de sensibilidade (proporção de verdadeiros positivos) vs 1-especificidade (proporção de falsos positivos) e constitui um instrumento de análise da qualidade do ajustamento da regressão logística. Logo, um modelo será tanto melhor quanto mais elevada for a primeira proporção, ou seja, quanto mais côncava for a curva.

Foi também calculado o fator de inflação da variância¹ (VIF) da regressão sobre cada variável sobre as restantes do modelo para avaliar a colinearidade, devido à sensibilidade da regressão logística à multicolinearidade entre as variáveis preditoras (Hosmer & Lemeshow, 2000; Crecente-Campo *et al.*, 2010) sendo rejeitados os modelos com VIF superior a 10 para qualquer uma das suas variáveis.

3.3.3 Resultados e discussão

A probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos (PS_{euc}) foi definida em função da interação de duas variáveis qualitativas do povoamento (puro e alto fuste), de um índice de competição da árvore independente da distância (d/d_g), da área basal (G), da percentagem de área basal de eucalipto na área basal total das árvores de todas as espécies presentes na parcela (G_{perc}) e de uma variável de clima (Verao) que, apesar de não ser estatisticamente significativa em todos os seus níveis, foi considerada importante na explicação do clima sobre a probabilidade de sobrevivência:

¹ variance-inflation factor: $VIF = \frac{1}{1-R_i^2}$, onde R_i^2 é o coeficiente de determinação da regressão com X_i do lado esquerdo e todas as outras variáveis preditoras do lado direito da equação.

$$PS_{euc} = \frac{e^{(a_0 + a_1 \text{alto fuste x puro} + a_2 \frac{d}{d_g} + a_3 G + a_4 G_{perc} + a_5 \text{Verao})}}{1 + e^{(a_0 + a_1 \text{alto fuste x puro} + a_2 \frac{d}{d_g} + a_3 G + a_4 G_{perc} + a_5 \text{Verao})}}$$

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	z value	Pr (> z)	OR	VIF
Constante	4.356972	0.594032	7.3346	0.000000	-	-
alto fuste x puro	-0.826665	0.188080	-4.3953	0.000011	0.991767	1.29171
d/d _g	4.381520	0.349536	12.535 3	0.000000	1.044789	1.07291
G	-0.051378	0.011046	-4.6511	0.000003	0.949920	1.07512
G _{perc}	-1.942391	0.546296	-3.5556	0.000377	0.980764	1.26222
Verao fresco	1.894682	0.722132	2.6237	0.008697	1.019127	1.19672
Verao moderado	-0.067906	0.195635	-0.3471	ns	0.999321	1.44837
Verao quente	-0.325317	0.238169	-1.3659	ns	0.996752	1.31901

Tabela 3.10 – Resultado do ajustamento do modelo logístico na definição da probabilidade de sobrevivência anual da árvore².

O índice de competição da árvore independente da distância (d/d_g) e o verão fresco relacionam-se positivamente com a probabilidade sobrevivência. As restantes variáveis, pelo contrário, relacionam-se negativamente com a probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos. Assim, com todas as outras variáveis constantes:

- Os eucaliptos localizados em povoamentos puros e regulares têm menor probabilidade de sobrevivência;
- O aumento de 0,01 unidades na relação d/d_g leva a um aumento na probabilidade de sobrevivência de 4,5%, ou seja, quanto mais grossas as árvores dentro de um povoamento, maior probabilidade terão de sobreviver;
- O aumento de 1 m²ha⁻¹ na área basal tem como consequência uma diminuição da probabilidade de sobrevivência de 5,0%, ou seja, quanto mais denso for um povoamento, menor a probabilidade de sobrevivência devido à competição;
- O aumento de 0,01% na proporção de eucalipto na parcela leva a uma diminuição na probabilidade de sobrevivência de 1,9%, ou seja, quanto maior a proporção de eucalipto de um povoamento, menor a probabilidade terão de sobreviver;

² Na definição das razões de probabilidade (OR) para as variáveis referidas utilizou-se como variável de variação n=1/100, com excepção de G em que se optou por 1.

- Finalmente, a probabilidade de sobrevivência diminui com o aumento da temperatura média máxima diária do mês mais quente e com o aumento do número de dias com temperatura máxima do ar igual ou superior a 25.0° C (Verão).

Desvio do modelo irrestrito: 2026.8 em 22357 g.l.
Desvio do modelo restrito: 1743.5 em 22350 g.l.
AIC: 1760
Teste de <i>Wald</i> : $X^2 = 239.1$, g.l. = 7, $P(> X^2) = 0.0$
Teste da razão das verossimilhanças: $X^2 = 283.247$, g.l. = -7, $P(> X^2) = < 2.2e-16$

Tabela 3.11 – Resultados da análise qualitativa do ajustamento do modelo logístico na definição da probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos.

Da análise dos resultados do ajustamento do modelo de sobrevivência anual dos eucaliptos (Tabela 3.11), rejeita-se a hipótese nula nos testes de Wald e da razão das verossimilhanças, indiciando que os coeficientes estimados não são simultaneamente iguais a zero e que existe evidência estatística de que o modelo é globalmente aderente. O modelo sem restrições tem um ajustamento significativamente melhor do que o modelo restrito.

Uma forma intuitiva para resumir os resultados de um modelo de regressão logística é através de tabelas de classificação (Hosmer & Lemeshow, 2000), que cruzam os resultados observados para a variável dependente com os valores da variável dicotômica que resultam das probabilidades estimadas.

Para tal, há que definir o valor limite que permitirá converter as probabilidades de sobrevivência em dados binários (0;1). As parcelas com probabilidades de sobrevivência de todos os eucaliptos acima do valor limite considerado são classificadas como diagnósticos positivos (sem presença de mortalidade). Depois, para cada valor limite definem-se as estatísticas sensibilidade e especificidade, sendo a primeira a proporção de sucessos que são preditos como ocorrências e a segunda a proporção de insucessos que são preditos como não ocorrências.

Valores preditos	Valores observados		
	Eucaliptos vivos (1)	Eucaliptos mortos (0)	Total
Valor limite 0.90			
Eucaliptos vivos (1)	22115	172	22287
Eucaliptos mortos (0)	70	1	71
Total	22185	173	22358
Valor limite 0.93			
Eucaliptos vivos (1)	21987	166	22153
Eucaliptos mortos (0)	198	7	205
Total	22185	173	22358
Valor limite 0.96			
Eucaliptos vivos (1)	21465	155	21620
Eucaliptos mortos (0)	720	18	738
Total	22185	173	22358

Tabela 3.12 – Comparação do estado da árvore (viva vs morta) observado no conjunto de dados de ajustamento e predito pelo modelo, para períodos de crescimento anuais, para valores limite de 0.90, 0.93 e 0.96.

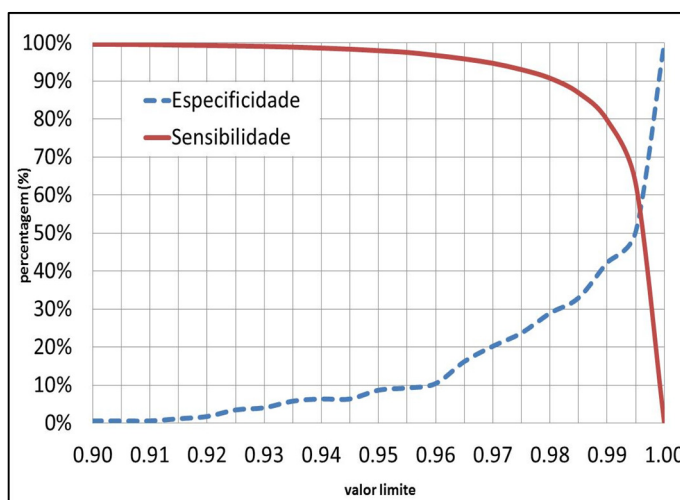


Figura 3.11 – Sensibilidade e especificidade do modelo de probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos.

Uma vez que o objetivo é escolher um valor limite que preveja uma porcentagem de mortalidade similar à observada no campo, selecionou-se 0,930 em vez do valor ótimo em termos de classificação (0,995), que maximiza tanto a sensibilidade como a especificidade pelo encontro das respectivas curvas (Tabela 3.12 e Figura 3.11), mas prevê a mortalidade de cerca de 37% das árvores.

Desta forma, eucaliptos com probabilidade de sobrevivência superior a 0,930 são considerados vivos e os restantes são considerados mortos. Com este valor limite, a

taxa de classificação correta do modelo é de 98,4% = $(21987+7) / 22358 \times 100$, com uma especificidade de 4,0% e uma sensibilidade de 99,1%.

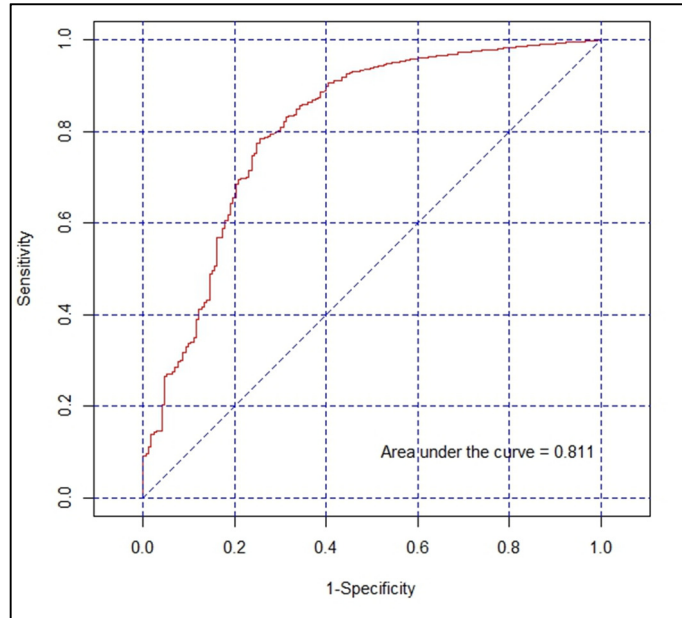


Figura 3.12 – Curva ROC do modelo de probabilidade de sobrevivência anual dos eucaliptos.

Observando a curva ROC (Figura 3.12), calculada com auxílio do pacote *epicalc* (Chongsuvivatwong, 2012) do *software R: A language and environment for statistical computing* (R Development Core Team, 2012), a área sob a curva é de 81,1%, o que, segundo Hosmer & Lemeshow (2000), confere ao modelo um poder de discriminação classificável entre o aceitável e o excelente.

Confirmando o que já foi identificado por Soares (1999), o modelo agora ajustado também demonstra dificuldades na predição da sobrevivência anual dos eucaliptos, sendo essa dificuldade bastante mais acentuada para valores limite mais baixos.

4 CONCLUSÕES

De acordo com Vanclay (1994) existem dois princípios que devem estar na base de um modelo: a parcimónia e a simplicidade. As variáveis devem ser selecionadas de forma cuidada, e não arbitrária e complexa, de modo a garantirem predições biologicamente realistas e de simples aplicação, sendo estes princípios os que nortearam a modelação da árvore individual de *Eucalyptus globulus* Labill que se apresenta.

Na modelação do crescimento anual em diâmetro a função de Richards-k foi, das onze funções testadas, a que obteve o melhor posicionamento, considerando os indicadores estatísticos e o comportamento biológico. Na modelação do crescimento anual em altura, o melhor posicionamento foi obtido pela função de Richards-m.

Relativamente à modelação da probabilidade anual de sobrevivência, os resultados obtidos corroboram a ideia de que a mortalidade pode ser ignorada em modelos para plantações geridas de forma intensiva, como é o caso do eucalipto (Vanclay, 1994). De fato, confirmando o que já foi identificado por Soares (1999), o sub-modelo ajustado para a probabilidade anual de sobrevivência demonstra dificuldades na predição da sobrevivência dos eucaliptos, com um valor limite escolhido de 0,93. No entanto, apesar desta dificuldade foi decidido incluir este sub-modelo no modelo final porque, como identifica Vanclay (1994), as estimativas de mortalidade podem ter uma grande influência sobre a precisão das previsões de crescimento e produção.

Desta forma, o modelo final é constituído por sub-modelos de crescimento anual em diâmetro, de crescimento anual em altura e de probabilidade anual de sobrevivência:

1. O primeiro passo é a definição da probabilidade de cada eucalipto sobreviver de um ano para o seguinte:

$$PS_{euc} = \frac{e^{\left(a_0 + a_1 \text{alto fuste } x \text{ puro} + a_2 \frac{d}{d_g} + a_3 G + a_4 G_{perc} + a_5 \text{Verao}\right)}}{1 + e^{\left(a_0 + a_1 \text{alto fuste } x \text{ puro} + a_2 \frac{d}{d_g} + a_3 G + a_4 G_{perc} + a_5 \text{Verao}\right)}}$$

com $a_0 = 4.356972$, $a_1 = -0.826665$, $a_2 = 4.381520$, $a_3 = -0.051378$, $a_4 = -1.942391$, $a_5 = 1.894682$ (fresco) ou -0.067906 (moderado) ou -0.325317 (quente)

2. Posteriormente, caso se confirme a sobrevivência da árvore, simula-se o seu crescimento anual em diâmetro:

$$d_{i+1} = 114.485875 \left(1 - e^{-k} \left(1 - \left(\frac{d_i}{114.485875} \right)^{1-0.183451} \right) \right)^{\frac{1}{1-0.183451}}$$

$k =$

$$0.031391 + 0.001838 \text{ puro} - 0.000516 G_L + 0.002904 \text{ 1/G} - \\ 0.000408 \text{ Temp medma x mmq} - 0.008075 G_{perc}$$

3. E, finalmente, em altura:

$$h_{i+1} = 71.735833 \left(1 - e^{-0.019280} \left(1 - \left(\frac{h_i}{71.735833} \right)^{1-m} \right) \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

$$m = -1.432148 - 0.135726 \text{ alto fuste} + 0.039946 G_L - 0.223946 \text{ Nviv/1000} + \\ 0.073757 \text{ Temp med} + 0.188293 G_{perc}$$

Recomenda-se a aplicação do modelo numa base anual, não se aconselhando a sua utilização para projeções a longo-prazo.

Como nota final, os resultados obtidos são encorajadores porque demonstram que a utilização de funções de crescimento teóricas independentes da idade é uma forma viável e muito útil para a modelação do eucaliptal de idade desconhecida ou irregular e permite a integração com outros modelos já existentes, como sejam as equações de volume propostas por Tomé *et al.* (2007) para o eucalipto em Portugal.

5 LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho apenas foram utilizados pares de observações com um ano de intervalo mas, no futuro, recomenda-se a utilização de dados com intervalos de medição superiores a um ano, seguindo a metodologia proposta por Cao & Strub (2008) e aplicada ao pinheiro bravo em Portugal por Nunes *et al.* (2011).

Em futuros trabalhos, é também é recomendada a modelação da predição do ingresso de eucaliptos que atinjam os 5 cm de diâmetro à altura do peito, transformando-se, desta forma, em árvores maiores com contribuição para o cálculo do volume da parcela.

Adicionalmente e tal como também já referido, fará todo o sentido cruzar os dados de inventário de eucalipto com informação de solos coerente, atual e completa a nível nacional, tarefa impossível de concretizar no presente porque a informação que hoje existe é extraordinariamente deficiente (Sociedade Portuguesa de Ciências do Solo, 2004).

Finalmente, e uma vez que algumas das condições de especificação dos modelos paramétricos aqui apresentados poderão ser consideradas irrealistas, no sentido em que colidem com a estrutura inerente aos dados recolhidos no terreno, recomenda-se o desenvolvimento de modelos semi e não paramétricos, mais flexíveis e realistas em termos de condições de especificação, sem perda da qualidade de ajustamento aos dados, uma vez que estes modelos têm ganho protagonismo na modelação do crescimento das árvores, bem como noutras áreas do conhecimento.

6 ANEXOS

6.1 DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS

Tipo	Variável	Descrição
	Altitude	Altitude acima do nível médio do mar (<i>World Clim</i>) (m)
	Dias_geada	Média anual (Normais Climatológicas de 1971 a 2000)
	Dias_Tmax	Dias com temperatura máxima $\geq 25.0^{\circ}\text{C}$ (Normais Climatológicas de 1971 a 2000)
	Dias_Tmin	Dias com temperatura mínima $\leq 0.0^{\circ}\text{C}$ (Normais Climatológicas de 1971 a 2000)
	Inverno	Muito frio se Temp_med_min_mmf < 1 ou Dias Tmin > 40 ; Frio se Temp_med_min_mmf < 2 ou Dias Tmin > 30 ; Fresco se Temp_med_min_mmf < 4 ou Dias Tmin > 15 ; Moderado se Temp_med_min_mmf < 6 ou Dias Tmin > 2 ; Tépidio se Temp_med_min_mmf ≥ 6 ou Dias Tmin < 2
Qualidade da estação	Prec_med	A medição faz-se às 09 UTC e refere-se às 24 h precedentes (Normais Climatológicas de 1971 a 2000) (mm/m ²)
	Temp_med	Média aritmética da temperatura máxima e mínima observada (Normais Climatológicas de 1971 a 2000) (graus Celsius)
	Temp_med_max_mmq	Média da temperatura máxima diária do mês mais quente (Normais Climatológicas de 1971 a 2000) (graus Celsius)
	Temp_med_min_mmf	Média da temperatura mínima diária do mês mais frio (Normais Climatológicas de 1971 a 2000) (graus Celsius)
	Verao	Fresco se Temp_med_max_mmq < 23 ou Dias Tmax < 20 ; Moderado se Temp_med_max_mmq < 29 ou Dias Tmax < 100 ; Quente se Temp_med_max_mmq < 32 ou Dias Tmax < 120 ; Muito Quente se Temp_med_max_mmq ≥ 32 ou Dias Tmax ≥ 120
Gestão	alto_fuste	1 se alto fuste (sem cortes) e 0 se contrário
	puro	1 se puro (% de coberto de eucalipto $\geq 75\%$) e 0 se contrário
	regular	1 se regular (se as árvores têm a mesma idade) e 0 se contrário
	sinais_gestao	1 se há presença de sinais de gestão (ex: cortes e limpezas) 0 se contrário

Tipo	Variável	Descrição
Parcela	CV_d	Coefficiente de variação do diâmetro de todas as árvores vivas (desvio padrão/média)
	D_{dom}	Diâmetro da árvore dominante de área seccional média (cm)
	D_g	Diâmetro da árvore de área seccional média (cm)
	D_{max}	Diâmetro máximo (cm)
	H_{dom}	Altura dominante (m)
Densidade	FW	Fator de espaçamento de Wilson = $\frac{100}{\sqrt{N_{viv} \times H_{dom}}}$
	G	Área basal de todas as árvores vivas da parcela ($m^2 ha^{-1}$)
	N_{viv}	Número de árvores vivas (ha^{-1})
	N_{tot}	Número total de árvores (ha^{-1})
Porcentagem de eucalipto	G_{perc}	Proporção da área basal dos eucaliptos vivos na área basal total das árvores vivas
	$N_{vivperc}$	Proporção de eucaliptos vivos no total de árvores vivas
	$N_{totperc}$	Proporção de eucaliptos no total de árvores
Árvore	d	Diâmetro da árvore medido a 1,30 m (cm)
	h	Altura total da árvore (m)
	G_L	Área basal das árvores vivas maiores do que a árvore em questão ($m^2 ha^{-1}$)

6.2 ESTATÍSTICAS DE AJUSTAMENTO DAS FUNÇÕES CANDIDATAS À MODELAÇÃO DO CRESCIMENTO ANUAL EM DIÂMETRO

Função	Variáveis na função linear do parâmetro		Parâmetro						MRes	MAres	SQres	P ₀₅	P ₉₅	EF
	Tipo	Variável	A	Pr(> t)	k	Pr(> t)	m	Pr(> t)						
Hossfeld IV-A	-	Constante	353.315955	0.002891	141.289410	0.000389	0.834921	0.000000	0.016050	0.380685	5880	-0.930841	0.672606	0.989573
	Gestão	alto_fuste	11.565206	0.006683										
	Árvore	G _L	-7.389389	0.003055										
	Densidade	N _{viv}	0.010165	0.009245										
	Clima	Dias_Tmin	-1.111618	0.003449										
	% eucalipto	G _{perc}	-84.365463	0.003144										
Hossfeld IV-k	-	Constante	130.815556	0.000000	0.619185	0.000022	-0.775660	0.000000	-0.297067	0.499217	11600	-1.483635	0.552489	0.979435
	Gestão	puro			-0.125047	0.000011								
	Árvore	G _L			0.003058	0.000137								
	Densidade	FW			-0.483226	0.000000								
	Clima	Temp_med			0.033884	0.006677								
	% eucalipto	G _{perc}			0.250807	0.000017								
Hossfeld IV-m	-	Constante	92.000349	0.000000	108.353974	0.000000	1.442798	0.000000	-0.007276	0.365191	5560	-0.894838	0.669350	0.990137
	Gestão	puro					0.019582	0.000009						
	Árvore	G _L					-0.023192	0.000000						
	Densidade	N _{viv} /1000					0.024555	0.000000						
	clima	Dias_Tmin					-0.002157	0.000000						
	% eucalipto	G _{perc}					-0.261104	0.000000						
Richards-A	-	Constante	128.696039	0.000000	0.015743	0.000000	0.539488	0.000000	0.003495	0.413014	6840	-1.061800	0.633665	0.987860
	gestão	alto_fuste	-24.281258	0.000000										
	árvore	G _L	-0.567325	0.002843										
	densidade	G	-2.364733	0.000001										
	clima	Dias_Tmin	-0.260927	0.001076										
	% eucalipto	G _{perc}	47.303079	0.000000										

Função	Variáveis na função linear do parâmetro		Parâmetro						MRes	MAres	SQres	P ₀₅	P ₉₅	EF
	Tipo	Variável	A	Pr(> t)	k	Pr(> t)	m	Pr(> t)						
Richards-k	-	Constante	114.485875	0.000000	0.031391	0.000000	0.183451	0.000000	0.000036	0.364202	5500	-0.883785	0.653666	0.990249
	gestão	puro			0.001838	0.000000								
	árvore	G _L			-0.000516	0.000000								
	densidade	1/G			0.002904	0.000000								
	clima	Temp_med_max_mmq			-0.000408	0.000000								
	% eucalipto	G _{Perc}			-0.008075	0.000000								
Richards-m	-	Constante	78.718554	0.000000	0.017734	0.000000	-0.265640	0.000000	-0.008186	0.343073	5110	-0.856073	0.632575	0.990935
	gestão	puro					-0.084103	0.000000						
	árvore	G _L					0.072745	0.000000						
	densidade	N _{viv} /1000					-0.087191	0.000000						
	clima	Temp_med_min_mmf					-0.054620	0.000000						
	% eucalipto	G _{Perc}					0.615521	0.000000						
Lundqvist-Korf-A	-	Constante	121.989230	0.000000	1.108003	0.000000	-0.033586	0.000000	-0.003869	0.401112	6540	-1.037276	0.622405	0.988395
	gestão	alto_fuste	-4.075057	0.012515										
	árvore	G _L	-2.666542	0.000000										
	densidade	G	-1.170750	0.000001										
	clima	Temp_med_min_mmf	5.884292	0.000000										
	% eucalipto	N _{vivperc}	31.578331	0.000000										
Lundqvist-Korf-k	-	Constante	92.000004	0.000000	0.662676	0.000000	-0.033869	0.000000	0.005085	0.372740	5720	-0.922760	0.634937	0.989847
	gestão	puro			-0.048268	0.000005								
	árvore	G _L			0.037261	0.000000								
	densidade	N _{viv} /1000			0.021007	0.001293								
	clima	Temp_med_min_mmf			-0.065705	0.000000								
	% eucalipto	G _{Perc}			0.180627	0.000000								

Função	Variáveis na função linear do parâmetro		Parâmetro						MRes	MAres	SQres	P ₀₅	P ₉₅	EF
	Tipo	Variável	A	Pr(> t)	k	Pr(> t)	m	Pr(> t)						
Lundqvist-Korf-m	-	Constante	103.141545	0.000000	0.852556	0.000000	-0.119746	0.000000	-0.005224	0.387821	9080	-0.948554	0.650782	0.983891
	gestão	puro					-0.002452	0.000606						
	árvore	G _L					0.001790	0.000000						
	densidade	N _{viv} /1000					-0.004270	0.000000						
	clima	Temp_med					0.003348	0.000000						
	% eucalipto	G _{Perc}					0.029557	0.000000						
Zeide-p	-	Constante	-0.808230	0.000000	1.299671	0.000000	-0.051104	0.000000	-0.004291	0.356775	5330	-0.868455	0.644116	0.990549
	gestão	alto_fuste			0.012783	0.001123								
	árvore	G _L			-0.030629	0.000000								
	densidade	FW			0.227721	0.000000								
	clima	Temp_med_max_mmq			-0.016082	0.000000								
	% eucalipto	G _{Perc}			-0.227286	0.000000								
Zeide-q	-	Constante	-1.422800	0.000000	1.120345	0.000000	-0.057039	0.000000	-0.007685	0.379856	5900	-0.926931	0.658881	0.989538
	gestão	alto_fuste					0.003035	0.000387						
	árvore	G _L					-0.007085	0.000000						
	densidade	N _{viv} /1000					0.005852	0.000000						
	clima	Prec_med/1000					0.014597	0.000000						
	% eucalipto	G _{Perc}					-0.052833	0.000000						

6.3 ESTATÍSTICAS DE AJUSTAMENTO DAS FUNÇÕES CANDIDATAS À MODELAÇÃO DO CRESCIMENTO ANUAL EM ALTURA

Função	Variáveis na função linear do parâmetro		Parâmetro					MRes	MAres	SQres	P ₀₅	P ₉₅	EF	
	Tipo	Variável	A	Pr(> t)	k	Pr(> t)	m							Pr(> t)
Hossfeld IV-A	-	Constante	52.777640	0.000000	15.291534	0.000000	0.871573	0.000000	-0.024568	0.725043	2240	-1.747846	1.222251	0.973782
	gestão	alto_fuste	5.039808	0.000093										
	árvore	d/h	9.202388	0.000147										
	densidade	G	0.308199	0.000241										
	clima	Temp_med_max_mmq	-0.650640	0.000107										
	% eucalipto	G _{perc}	12.901322	0.000006										
Hossfeld IV-k	-	Constante	68.259890	0.000028	1.648504	0.000011	-0.603005	0.000000	-0.167582	0.796942	2830	-2.027058	1.189375	0.966791
	gestão	sinais_gestao			0.029579	ns								
	árvore	d			-0.005619	0.003327								
	densidade	G/N _{viv}			0.531973	0.015297								
	clima	Temp_med_max_mmq			0.004623	ns								
	% eucalipto	N _{vivperc}			-0.068601	0.024367								
Hossfeld IV-m	-	Constante	98.209042	0.002011	54.785564	0.000000	1.028059	0.000000	-0.000828	0.708820	2100	-1.718076	1.177045	0.975368
	gestão	Puro					0.048571	0.002413						
	árvore	d/h					0.107731	0.000016						
	densidade	N _{viv} /1000					0.027338	0.001811						
	clima	Temp_med_max_mmq					-0.007172	0.000004						
	% eucalipto	N _{vivperc}					0.051773	ns						
Richards-A	-	Constante	96.865356	0.000093	0.023251	0.040454	-0.252667	ns	-0.000611	0.696043	2050	-1.696287	1.167977	0.976008
	gestão	Puro	4.574578	ns										
	árvore	G _L	-1.518058	0.000151										
	densidade	G	0.679014	0.000474										
	clima	Temp_med_max_mmq	-1.138041	0.000694										
	% eucalipto	G _{perc}	-6.565226	ns										

Função	Variáveis na função linear do parâmetro		Parâmetro						MRes	MAres	SQres	P ₀₅	P ₉₅	EF
	Tipo	Variável	A	Pr(> t)	k	Pr(> t)	m	Pr(> t)						
Richards-k	-	Constante	57.658556	0.000000	0.029065	0.004559	-0.319298	0.008024	-0.000751	0.706685	2090	-1.684351	1.154552	0.975509
	gestão	alto_fuste			0.002903	0.013203								
	árvore	d			0.000554	0.015580								
	densidade	G/N _{viv}			-0.129187	0.007743								
	clima	Temp_med_max_mmq/100			-0.060379	0.008002								
	% eucalipto	N _{vivperc}			0.007305	0.016098								
Richards-m	-	Constante	71.735833	0.000018	0.019280	0.031058	-1.432148	0.000065	-0.004033	0.689016	2020	-1.697966	1.135068	0.976367
	gestão	alto_fuste					-0.135726	0.000182						
	árvore	G _L					0.039946	0.000008						
	densidade	N _{viv} /1000					-0.223946	0.000001						
	clima	Temp_med					0.073756	0.003210						
	% eucalipto	G _{perc}					0.188293	0.013029						
Lundqvist-Korf-A	-	Constante	66.859462	0.000027	2.334187	0.000000	0.070119	0.000000	-0.230752	0.803833	2880	-2.128718	1.205172	0.966240
	gestão	puro	1.046286	0.000000										
	árvore	d	0.673151	0.000013										
	densidade	G	0.405376	0.006472										
	clima	Temp_med_max_mmq	-1.164502	0.003578										
	% eucalipto	G _{perc}	-18.573526	0.047975										
Lundqvist-Korf-k	-	Constante	47.150033	0.000000	0.172399	0.003174	-0.039014	0.000000	-0.007509	0.700819	2080	-1.688062	1.158593	0.975632
	gestão	alto_fuste			-0.023949	0.008077								
	árvore	G _L			0.009100	0.000000								
	densidade	N _{viv} /1000			-0.033674	0.000412								
	clima	Prec_med_IM/1000			-0.053669	0.002390								
	% eucalipto	N _{vivPerc}			0.017399	ns								

Função	Variáveis na função linear do parâmetro		Parâmetro						MRes	MAres	SQres	P ₀₅	P ₉₅	EF
	Tipo	Variável	A	Pr(> t)	k	Pr(> t)	m	Pr(> t)						
Lundqvist-Korf-m	-	Constante	47.172369	0.000000	3.132434	0.000000	0.146958	0.000000	-0.096353	0.770769	2620	-1.941670	1.218413	0.969331
	gestão	puro					0.008628	0.024207						
	árvore	d					-0.001709	0.000000						
	densidade	N _{viv} /1000					-0.006418	0.006635						
	clima	Temp_med_max_mmq					-0.002086	0.000002						
	% eucalipto	N _{totperc}					0.011562	0.036928						
Zeide-p	-	Constante	1.071212	0.000182	0.413692	0.058280	-0.030274	0.007824	-0.001889	0.696543	2040	-1.660555	1.140292	0.976096
	gestão	alto_fuste			0.035372	0.000517								
	árvore	G _i /G			-0.245688	0.000000								
	densidade	N _{viv} /1000			0.046124	0.000002								
	clima	Temp_med			-0.028824	0.000902								
	% eucalipto	G _{perc}			-0.081571	0.002407								
Zeide-q	-	Constante	0.983204	0.000569	0.132190	ns	-0.026343	0.036335	-0.000512	0.705622	2080	-1.703542	1.163624	0.975581
	gestão	alto_fuste					0.005708	0.000732						
	árvore	1/d					-0.420533	0.000000						
	densidade	N _{viv} /1000					0.008881	0.000000						
	clima	Temp_med_max_mmq					-0.001089	0.000001						
	% eucalipto	G _{perc}					0.012960	0.000526						

7 BIBLIOGRAFIA

- Adame, P., Hynynen, J., Cañellas, I., & del Río, M. (2007). Individual-tree diameter growth model for rebollo oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) coppices. *Forest Ecology and Management*, 255, 1011–1022.
- Almeida, L. R., & Marques, C. P. (2005). Crescimento em Altura Dominante dos Povoamentos de Pinheiro Silvestre em Trás-os-Montes e Alto Douro: Curvas de Qualidade de Estação. Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências Florestais. Obtido de <http://www.esac.pt/cernas>.
- Amaro, A. (1997). Modelação do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus globulus* Labill. em 1ª Rotação. Lisboa: Instituto Superior Técnico.
- Amaro, A., Reed, D., Tomé, M., & Themido, I. (1998). Modeling dominant height growth: eucalyptus plantations in Portugal. *Forest Science*, 44 (1), 37-46.
- Autoridade Florestal Nacional. (2009). Instruções para o Trabalho de Campo do Inventário Florestal Nacional - IFN 2005/2006. Autoridade Floresta Nacional, Direcção Nacional de Gestão Florestal. Lisboa: Autoridade Florestal Nacional.
- Autoridade Florestal Nacional. (2010). Inventário Florestal Nacional 2005-2006. Lisboa: Autoridade Florestal Nacional.
- Avery, T., & Burkhart, H. (2002). *Forest Measurements* (5th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Barreiro, S., Tomé, M., & Tomé, J. (2004). Modelling Growth of Even-aged Eucalyptus Stands of Unknown Age: Three alternative methods. Lisboa: GIMREF.
- Burkhart, H., & Tomé, M. (2012). *Modelling Forest Trees and Stands*. Dordrecht: Springer Science+Business Media.
- Cao, Q. V. (2000). Prediction of Annual Diameter Growth and Survival for Individual Trees from Periodic Measurements. *Forest Science*, 46 (1), 127-131.
- Cao, Q. V., & Strub, M. (2008). Evaluation of Four Methods to Estimate Parameters of an Annual Tree Survival and Diameter Growth Model. *Forest Science*, 54 (6), 617-624.
- Cao, Q. V., Li, S., & McDill, M. E. (2002). Developing a system of annual tree growth equations for the loblolly pine – shortleaf pine type in Louisiana. *Canadian Journal of Forest Resources*, 32, 2051–2059.
- CELPA. (2012). Boletim Estatístico 2011. Lisboa: CELPA.
- Chongsuvivatwong, V. (2012). Package 'epicalc'. Retrieved from CRAN: <http://cran.r-project.org/web/packages/epicalc/epicalc.pdf>

- Cieszewski, C. J., & Bella, I. E. (1989). Polymorphic height and site index curves for lodgepole pine in Alberta. *Canadian Journal of Forest Resources*, 19, 1151-1160.
- Crecente-Campo, F., Soares, P., Tomé, M., & Dieguez-Aranda, U. (2010). Modelling annual individual-tree growth and mortality of Scots pine with data obtained at irregular measurement intervals and containing missing observations. *Forest Ecology and Management*, 260, 1965-1974.
- Elzhov, T., Mullen, K., Spiess, A. N., & Bolker, B. (2012). R interface to the Levenberg-Marquardt nonlinear least-squares algorithm found in MINPACK, plus support for bounds. Retrieved from CRAN: <http://cran.r-project.org/web/packages/minpack.lm/minpack.lm.pdf>
- Federação dos Produtores Florestais de Portugal. (2001). *Caderno Técnico "O Eucalipto"*. Lisboa: Federação dos Produtores Florestais de Portugal.
- Fontes, L., Tomé, M., Coelho, M. B., Wright, H., Luís, J. S., & Savill, P. (2003). Modelling dominant height growth of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) in Portugal. *Forestry*, 76 (5), 509-523.
- Food and Agriculture Organization of the United Nations. (2010). *Global Forest Resources Assessment 2010*. Rome: FAO.
- Fox, J., & Weisberg, S. (2010). *Nonlinear Regression and Nonlinear Least Squares in R: An Appendix to An R Companion to Applied Regression*, second edition. Retrieved from McMaster University: <http://socserv.mcmaster.ca/jfox/Books/Companion/appendix/Appendix-Nonlinear-Regression.pdf>
- Goes, E. (1991). *A Floresta Portuguesa*. Lisboa: Portucel.
- Hosmer, D. W., & Lemeshow, S. (2000). *Applied Logistic Regression (Second ed.)*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Kiernan, D., Bevilacqua, E., & Nyland, R. (2008). Individual-tree diameter growth model for sugar maple trees in uneven-aged northern hardwood stands under selection system. *Forest Ecology and Management*, 256, 1579–1586.
- Lhotka, J., & Loewenstein, E. (2010). An individual-tree diameter growth model for managed uneven-aged oak-shortleaf pine stands in the Ozark Highlands of Missouri, USA. *Forest Ecology and Management*, 261, 770–778.
- Meldahl, R., Bolton, R., & Eriksson, M. (1988). Development of a mixed species projection system for southern forests. (A. Ek, S. Shifley, & T. Burk, Edits.) USDA Forest Service general technical report NC, 120, 102-109.

- Monteiro Alves, A., Santos Pereira, J., & Neves Silva, J. M. (Edits.). (2007). *O Eucaliptal em Portugal - Impactes Ambientais e Investigação Científica*. Lisboa: ISAPress.
- Nord-Larsen, T. (2006). Modelling individual tree growth from data with highly irregular measurement intervals. *Forest Science*, 52, 198-208.
- Nunes, L., Tomé, J., & Tomé, M. (2011). Prediction of annual tree growth and survival for thinned and unthinned even-aged maritime pine stands in Portugal from data with different time measurement intervals. *Forest Ecology and Management*, 262, 1491-1499.
- Paulo, J. A., & Tomé, M. (2005). Modelo probabilístico da distância para implementação de desbastes em povoamentos regulares de sobreiro. *Acta do 5º Congresso Florestal Nacional*. Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências Florestais.
- Peng, C. (2000). Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future. *Forest Ecology and Management*, 132, 259-279.
- Pereira, H., Miranda, I., Gominho, J., Tavares, F., Quilhó, T., Graça, J., . . . Knapic, S. (2010). *Qualidade e utilização tecnológica do eucalipto (Eucalyptus globulus)*. Lisboa: Centro de Estudos Florestais.
- Porté, A., & Bartelink, H. (2001). Modelling mixed forest growth: a review of models for forest management. *Ecological Modelling*, 150, 141-188.
- Pukkala, T., Lahde, E., & Laiho, O. (2009). Growth and yield models for uneven-sized forest stands in Finland. *Forest Ecology and Management*, 258 (3), 207-216.
- Radich, M. C., & Monteiro Alves, A. A. (2000). *Dois séculos da floresta em Portugal*. Lisboa: CELPA - Associação da Indústria Papeleira.
- Richards, F. J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, 10 (29), 290-300.
- Ritz, C., & Streibig, J. C. (2008). *Nonlinear Regression with R*. New York: Springer.
- Robinson, P. A., & Hamann, D. J. (2011). *Forest Analytics with R - An Introduction*. New York: Springer.
- Soares, P. (1999). *Modelação do crescimento da árvore em eucaliptais em 1ª rotação localizados nas regiões Norte e Centro Litoral*. Instituto Superior de Agronomia, Departamento de Engenharia Florestal. Lisboa: Instituto Superior de Agronomia.
- Soares, P., Tomé, M., Skovsgaard, J. P., & Vanclay, J. K. (1995). Evaluating a growth model for forest management using continuous forest inventory data. *Forest Ecology and Management*, 71, 251-265.

- Sociedade Portuguesa de Ciências do Solo. (2004). Bases para a revisão e actualização da classificação dos solos em Portugal. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências do Solo.
- Tomé, M. (2011). Apontamentos da disciplina de Modelação dos Recursos Florestais. Lisboa: Instituto Superior de Agronomia.
- Tomé, M., Soares, P., Barreiro, S., Paulo, J. A., Luís, M., Cortiçada, A., . . . Valente, C. (2005). Curso Prático de Formação para Chefes de Brigada de Inventário Florestal – 2ª Edição. Instituto Superior de Agronomia, Departamento de Engenharia Florestal. Lisboa: GIMREF - Grupo de Inventariação e Modelação de Recursos Florestais.
- Tomé, M., Tomé, J., Barreiro, S., & Paulo, J. A. (2006). Age-independent difference equations for modelling tree and stand growth. *Canadian Journal of Forest Research*, 36, 1621-1630.
- Tomé, M., Tomé, J., Ribeiro, F., & Faias, S. (2007). Equação de Volume Total, Volume Percentual e de Perfil do Tronco para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal. *Silva Lusitana*, 15, 25-39.
- Vanclay, J. (1994). *Modelling Forest Growth and Yield: applications to mixed tropical forests*. Wallingford UK: CAB International.
- Zeide, B. (1993). Analysis of Growth Equations. *Forest Science*, 39 (3), 594-616.