

# Matemática II

Exercícios de Probabilidade: Revisões

Fernanda Valente, Maria João Martins e Marta Mesquita

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

- 2013/2014 -

## II - FUNDAMENTOS DE PROBABILIDADE

1. Sejam  $A$  e  $B$  acontecimentos de um espaço de resultados  $\Omega$ . Utilizando  $A$  e/ou  $B$  escreva uma expressão que represente cada um dos seguintes acontecimentos:
  - (a) Não se realizar  $A$ .
  - (b) Realizar-se pelo menos um dos acontecimentos  $A$  ou  $B$ .
  - (c) Realizarem-se os acontecimentos  $A$  e  $B$ .
  - (d) Realizar-se um e um só dos acontecimentos  $A$  ou  $B$ .
  - (e) Não se realizar algum dos acontecimentos  $A$  ou  $B$ .
  - (f) Realizar-se no máximo um dos acontecimentos  $A$  ou  $B$ .
2. Considere o espaço de resultados associado à observação do tempo de vida de uma lâmpada ( $t$  em centenas de horas) e os acontecimentos

$$A = \{t : t > 15\} \quad B = \{t : 2 < t < 10\} \quad C = \{t : t < 12\}$$

Caracterize os seguintes acontecimentos:

- (a)  $B \cup C$
  - (b)  $B \cap C$
  - (c)  $A \cup B$
  - (d)  $A \cap B$
  - (e)  $A \cap \overline{B}$
  - (f)  $(A \cup B) \cap \overline{C}$
  - (g)  $\overline{A} \cup (B \cap C)$ .
3. As cavidades nos troncos das árvores são importantes locais de nidificação para muitos animais. Estas cavidades são mais frequentes em árvores velhas do que em árvores jovens. Um estudo num Parque Natural revelou que 25% das árvores desse Parque têm cavidades, 75% são árvores velhas e 21% são árvores velhas com cavidades. Escolhida uma árvore ao acaso nesse Parque Natural, calcule a probabilidade de:
    - (a) a árvore não ter cavidades.
    - (b) a árvore ser velha ou ter cavidades.
    - (c) a árvore ter cavidades, sabendo que é uma árvore velha.
    - (d) a árvore não ter cavidades, sabendo que é uma árvore velha.
    - (e) a árvore ter cavidades, sabendo que não é uma árvore velha.
  4. Considere os acontecimentos aleatórios  $A$  e  $B$  de um espaço de resultados  $\Omega$ .
    - (a) Defina:
      - i. " $A$  e  $B$  são acontecimentos independentes";
      - ii. " $A$  e  $B$  são acontecimentos mutuamente exclusivos".
    - (b) Prove que se  $A$  e  $B$  são independentes, então  $\overline{A}$  e  $B$  também são independentes.
    - (c) Prove que se  $A$  e  $B$  são independentes e  $P(A) \neq 0$  e  $P(B) \neq 0$  então  $A$  e  $B$  não são mutuamente exclusivos.

- (d) Prove que se  $P(B) \neq 0$ , então  $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$ .
5. Uma região de paisagem protegida tem 70% de afloramentos rochosos e 30% de solo adequado à germinação de sementes. Admita que a disseminação de sementes é feita de forma aleatória em toda a área da região.
- (a) Qual é a probabilidade de uma semente cair num afloramento rochoso?
- (b) Se duas sementes forem disseminadas de forma independente, qual é a probabilidade de ambas caírem num local com solo adequado à germinação?
- (c) Considere que três sementes são dispersas aleatoriamente e de forma independente nessa região. Determine a probabilidade de exactamente duas dessas três sementes caírem num afloramento rochoso.
6. Um estudo revelou que a probabilidade de uma pessoa lavar as mãos após ter utilizado o WC é 0.74 se for homem ou 0.83 caso seja mulher (dados apresentados num comunicado à imprensa pela *American Society for Microbiology* - [www.asm.org](http://www.asm.org)). Considere uma sala contendo 40 homens e 60 mulheres e admita que qualquer uma destas pessoas tem igual intenção de utilizar o WC. Qual é a probabilidade de a próxima pessoa a ir ao WC lavar as mãos?
7. Uma semente é transportada ao acaso pelo vento num habitat complexo, podendo cair em três tipos de solo com diferentes probabilidades de germinação: 0.8 num solo de qualidade elevada, 0.3 num de qualidade intermédia e 0.1 num solo incipiente. Sabe-se que estes três tipos de solos estão presentes neste habitat na proporção de 20:30:50, respectivamente.
- (a) Admitindo que a semente caiu no solo deste habitat, determine a probabilidade de ela germinar.
- (b) Considere agora que em 20% dos casos a semente se torna inviável (seca) antes de cair no solo. Calcule nestas condições a probabilidade da semente germinar ao cair no solo deste habitat.
8. Numa dada região, a probabilidade de chover num dia de Inverno, de Primavera, de Verão ou de Outono é de 0.78, 0.38, 0.05, 0.53, respectivamente. Considere que, num ano, cada estação tem igual duração.
- (a) Determine a probabilidade de chover num dia escolhido ao acaso nessa região.
- (b) Sabendo que nessa região choveu num determinado dia, calcule a probabilidade de ser um dia de Inverno.
9. A execução de um projecto de construção de um jardim no tempo programado está relacionada com os seguintes acontecimentos:
- $A$  – "preparação do terreno executada a tempo"
- $B$  – "sementeira/plantação executada a tempo"
- $C$  – "arranjos finais executados a tempo"
- supostos independentes e com probabilidades iguais a, respectivamente, 0.8, 0.7 e 0.9. Calcule a probabilidade de:

- (a) o jardim ser terminado no tempo previsto, devido ao cumprimento dos prazos nas três actividades referidas.
- (b) o prazo de execução ser cumprido para a preparação do terreno e não ser cumprido em pelo menos uma das outras actividades.

### Soluções de alguns Exercícios

- 1. (a)  $\bar{A}$  (b)  $A \cup B$  (c)  $A \cap B$  (d)  $(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$  (e)  $\overline{A \cup B}$  (f)  $\overline{A \cap B}$
- 2. (a)  $\{t : t < 12\}$  (b)  $\{t : 2 < t < 10\}$  (c)  $\{t : 2 < t < 10 \vee t > 15\}$  (d)  $\emptyset$   
(e)  $\{t : t > 15\}$  (f)  $\{t : t > 15\}$  (g)  $\{t : 2 < t < 10\}$
- 3. (a) 0.75 (b) 0.79 (c) 0.28 (d) 0.72 (e) 0.16
- 5. (a) 0.7 (b) 0.09 (c) 0.441
- 6. 0.794
- 7. (a) 0.30 (b) 0.24
- 8. (a) 0.435 (b) 0.448
- 9. (a) 0.504 (b) 0.296