

Matemática II

Conceitos básicos de Inferência Estatística

2013/2014

(F. Valente e M. Mesquita)

Inferência estatística

- Uma variável aleatória é descrita pela sua distribuição de probabilidade.
- A distribuição de probabilidade (modelo) é caracterizada por um ou mais parâmetros populacionais.
Ex: $X \sim P(\lambda)$, $X \sim N(\mu, \sigma)$
- Em geral, a população é desconhecida logo a distribuição (o modelo) e/ou os parâmetros são desconhecidos.
- Um dos objectivos pode ser, assim, avaliar o valor real do(s) parâmetro(s) populacional(is).

2

Inferência estatística (cont.)

- As amostras observadas fornecem **estimativas** para o valor do(s) parâmetro(s) desconhecido(s).

Exemplo: Amostra observada (1,5,6,2,3,3,2,4,1,2,4,4)

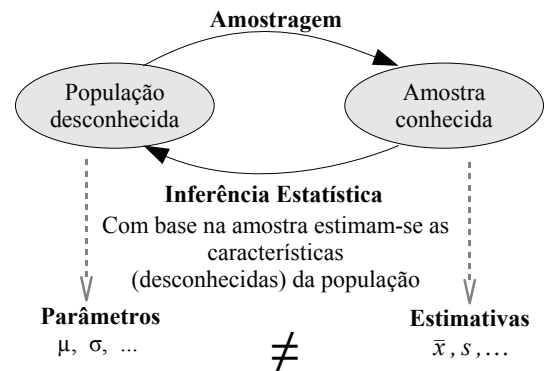
$\bar{x} = 3.08(3)$ é uma estimativa para μ

$s = 2.44697$ é uma estimativa para σ

- Diferentes amostras dão origem a diferentes estimativas para o valor do mesmo parâmetro.
- Inferência estatística** – conjunto de métodos que tem por objectivo tirar conclusões (inferir) sobre “aspectos” desconhecidos da população (por exemplo, parâmetros) com base na análise de uma amostra.

3

Inferência estatística - motivação



4

Amostra aleatória e amostra observada

- Amostra deve dar uma “boa” representação da população.
- Considere-se:
 - X uma v.a. de interesse;
 - X_1, \dots, X_n v.a.s independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) a X .
- O vector (X_1, \dots, X_n) diz-se uma **amostra aleatória** (a.a.) de dimensão n respeitante à v.a. X .
- À observação particular da a.a. (X_1, \dots, X_n) dá-se o nome de **amostra observada** e representa-se por (x_1, \dots, x_n) .

5

Estimação pontual

- Estimador** é uma função da a.a., que não envolve parâmetros desconhecidos, cujo contradomínio é o espaço dos parâmetros.
- A cada amostra observada o **estimador** faz corresponder uma **estimativa**, isto é, uma avaliação do(s) parâmetro(s) desconhecido(s):

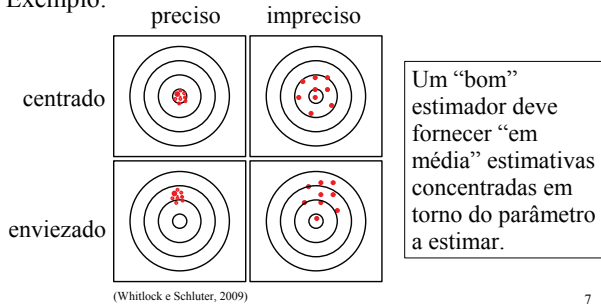
| Parâmetro populacional (nº real desconhecido) | Estimador (variável aleatória) | Estimativa (nº real conhecido) |
|--|--|--|
| μ | $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ | $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ |
| σ^2 | $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ | $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ |

6

Estimação pontual

- Propriedades dos estimadores que poderão conduzir a “boas” estimativas.

Exemplo:



(Whitlock e Schluter, 2009)

7

Estimação pontual

- Seja $T = T(X_1, \dots, X_n)$ um estimador de um parâmetro θ :
 - T é um **estimador centrado** de θ se $E[T] = \theta$
 - O **erro quadrático médio**, EQM , de T é dado por

$$EQM(T) = E[(T - \theta)^2]$$

- O EQM quantifica a dispersão esperada do estimador T em torno do parâmetro desconhecido θ . Um estimador será tanto “melhor” quanto menor for o seu EQM .

8

Bibliografia

- Neves, M. (2009) Introdução à Estatística e Probabilidade. Apontamentos de apoio às aulas:
 - Introdução à Inferência Estatística: www.isa.utl.pt/dm/estat/estat/seb3.pdf
- Pestana, D.D. e Velosa, S.F. (2002) Introdução à Probabilidade e à Estatística, vol.I, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- Whitlock, M. e Schluter, D. (2009) The analysis of biological data. Roberts and Company Publishers, Colorado.

9