

## Matemática II

### Conceitos básicos de Inferência Estatística

2013/2014

(F. Valente e M. Mesquita)

### Inferência estatística

- Uma variável aleatória é descrita pela sua distribuição de probabilidade.
- A distribuição de probabilidade (modelo) é caracterizada por um ou mais parâmetros populacionais.  
Ex:  $X \sim P(\lambda)$ ,  $X \sim N(\mu, \sigma)$
- Em geral, a população é desconhecida logo a distribuição (o modelo) e/ou os parâmetros são desconhecidos.
- Um dos objectivos pode ser, assim, avaliar o valor real do(s) parâmetro(s) populacional(is).

2

### Inferência estatística (cont.)

- As amostras observadas fornecem **estimativas** para o valor do(s) parâmetro(s) desconhecido(s).

Exemplo: Amostra observada (1,5,6,2,3,3,2,4,1,2,4,4)

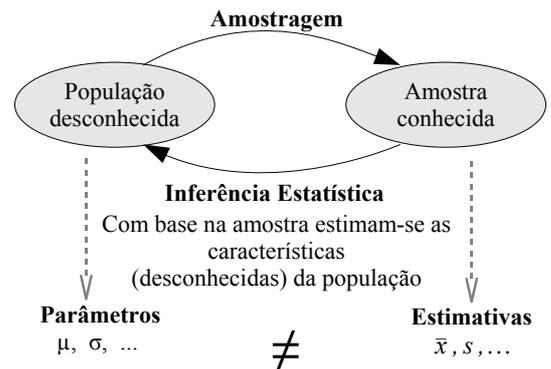
$\bar{x} = 3.08(3)$  é uma estimativa para  $\mu$

$s = 2.44697$  é uma estimativa para  $\sigma$

- Diferentes amostras dão origem a diferentes estimativas para o valor do mesmo parâmetro.
- Inferência estatística** – conjunto de métodos que tem por objectivo tirar conclusões (inferir) sobre “aspectos” desconhecidos da população (por exemplo, parâmetros) com base na análise de uma amostra.

3

### Inferência estatística - motivação



4

### Amostra aleatória e amostra observada

- Amostra deve dar uma “boa” representação da população.
- Considere-se:
  - $X$  uma v.a. de interesse;
  - $X_1, \dots, X_n$  v.a.s independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) a  $X$ .
- O vector  $(X_1, \dots, X_n)$  diz-se uma **amostra aleatória** (a.a.) de dimensão  $n$  respeitante à v.a.  $X$ .
- À observação particular da a.a.  $(X_1, \dots, X_n)$  dá-se o nome de **amostra observada** e representa-se por  $(x_1, \dots, x_n)$ .

5

### Estimação pontual

- Estimador** é uma função da a.a., que não envolve parâmetros desconhecidos, cujo contradomínio é o espaço dos parâmetros.
- A cada amostra observada o **estimador** faz corresponder uma **estimativa**, isto é, uma avaliação do(s) parâmetro(s) desconhecido(s):

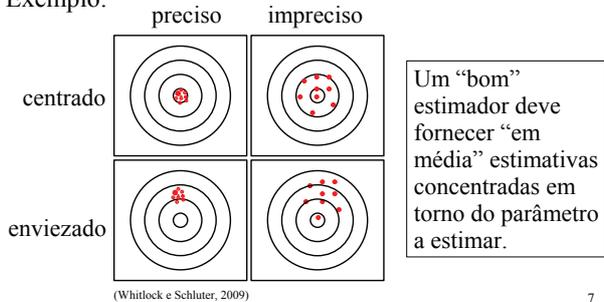
Parâmetro populacional (nº real desconhecido)	Estimador (variável aleatória)	Estimativa (nº real conhecido)
$\mu$	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
$\sigma^2$	$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

6

## Estimação pontual

- Propriedades dos estimadores que poderão conduzir a “boas” estimativas.

Exemplo:



(Whitlock e Schluter, 2009)

7

## Estimação pontual

- Seja  $T = T(X_1, \dots, X_n)$  um estimador de um parâmetro  $\theta$  :
  - $T$  é um **estimador centrado** de  $\theta$  se  $E[T] = \theta$
  - O **erro quadrático médio**,  $EQM$ , de  $T$  é dado por

$$EQM(T) = E[(T - \theta)^2]$$

- O  $EQM$  quantifica a dispersão esperada do estimador  $T$  em torno do parâmetro desconhecido  $\theta$ . Um estimador será tanto “melhor” quanto menor for o seu  $EQM$ .

8

## Bibliografia

- Neves, M. (2009) Introdução à Estatística e Probabilidade. Apontamentos de apoio às aulas:
  - Introdução à Inferência Estatística: [www.isa.utl.pt/dm/estat/estat/seb3.pdf](http://www.isa.utl.pt/dm/estat/estat/seb3.pdf)
- Pestana, D.D. e Velosa, S.F. (2002) Introdução à Probabilidade e à Estatística, vol.I, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- Whitlock, M. e Schluter, D. (2009) The analysis of biological data. Roberts and Company Publishers, Colorado.

9