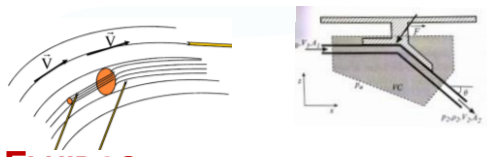
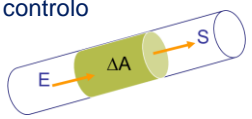


MECÂNICA DE FLUIDOS



4ª aula

3. Equações de base da mecânica dos fluidos (perfeitos)
- 3.1 Fundamentos de cinemática de fluidos;
- Campos de escoamento; Classificação temporal e espacial dos escoamentos;
 - Conceitos: Tubo de fluxo; Volume de controle; Caudal; velocidade média de escoamento;
- 3.2 Relações integrais aplicadas ao volume de controle
- Equação da continuidade;
 - Teorema de Euler;
 - Equação de Bernoulli;



Bibliografia:

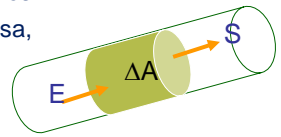
- Quintela, A. 2000. *Hidráulica*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa;
- White, F. 1999. *Mecânica dos Fluidos*. McGraw-Hill, Rio de Janeiro;
- Bastos, F. 1983. *Problemas de mecânica de fluidos*. Gaunabara, Rio de Janeiro;
- Oliveira, L.; Lopes, A. 2007. *Mecânica dos fluidos*. ETEP, Lisboa, 2ª edição

Equações de base

☐ Relembrar as técnicas básicas de análise de escoamento de fluidos

➤ **Volume de controlo, ou análise integral (grande escala);**

Volume de controle é uma região finita, com contornos abertos através dos quais se permite que massa, quantidade de movimento e energia atravessem.



É feito um balanço entre o fluido entrado, saído e as variações resultantes no volume de controle

➤ **Sistema infinitesimal, ou análise diferencial (pequena escala):**

A lei da conservação acima descrita é feita para um volume infinitesimal, tornando diferenciais as equações base do escoamento

➤ **Estudo experimental ou análise dimensional:**

O problema é solucionado por meio de experimentação

As três abordagens são aproximadamente iguais em importância, mas a análise do **volume de controle** é uma ferramenta muito valiosa para a engenharia dos escoamentos, quando se pretendem soluções práticas, globais e pouco refinadas.

Todas as leis da mecânica são definidas para um **sistema**.

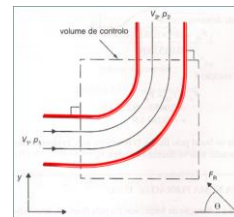
➤ Distinção entre **sistema** e **volume de controle**

O **sistema** é caracterizado por uma massa definida de matéria, distinta de todo o restante da mesma;

O **volume de controle** é uma região do espaço através do qual há escoamento de um fluido. Para cada instante um diferente sistema ocupa uma região do tubo analisada.

Exemplo:

- o volume de controle é a região limitada pelo tracejado;
- o sistema é a massa de água que em cada instante ocupa o volume de controle.



Tudo o que for externo a este sistema é denominado de **vizinhanças**, sendo o sistema separado das suas vizinhanças pelas **fronteiras**.

As leis da mecânica estabelecem o que ocorre quando há **interacção entre os sistema e as suas vizinhanças**.

3.1 Fundamentos da cinemática dos fluidos / regimes de escoamento

A **cinemática** estuda o escoamento dos fluidos **sem indagar as suas causas**.

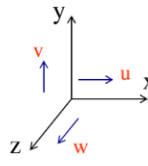
O escoamento é a mudança de forma do fluido sob acção do esforço tangencial (força de corte).

□ Campo de velocidades ou de escoamento de um fluido

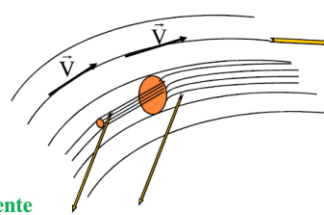
Há dois métodos de estudo na cinemática de fluidos:

➤ **Método Lagrangeano**: estuda-se o movimento isolado de uma partícula e a variação das suas propriedades com o tempo em relação a um sistema de eixos. Apresenta dificuldades na aplicações práticas da mecânica de fluidos. Mais aplicado à Mecânica do sólido.

➤ **Método Euleriano**: define-se o campo das propriedades do fluido, por exemplo velocidade $v(x,y,z,t)$, pressão, $p(x,y,z,t)$ e não as variações que uma partícula sofre no tempo. Mais apropriada à mecânica de fluidos. Análise do escoamento num volume fixo no espaço. A técnica focaliza a atenção numa região fixa do espaço sem identificar as partículas.



$$\vec{V} = u\vec{e}_x + v\vec{e}_y + w\vec{e}_z$$



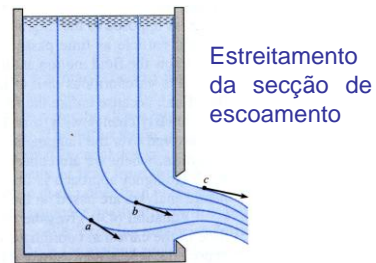
Linha de corrente
é uma linha imaginária, tal que para um dado instante de tempo, a velocidade em qualquer ponto é obtida pela tangente a esta linha em cada ponto

Filamento de corrente
Família de linhas de corrente que formam uma passagem de seção reta infinitesimal

Tubo de corrente
é uma superfície finita, feita de um infinito número de linhas de corrente, não havendo passagem de massa através desta superfície

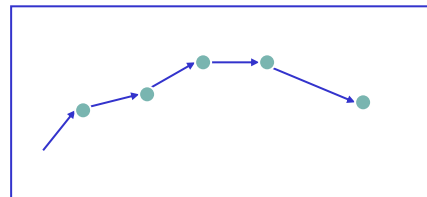
- Para visualizar o campo de escoamento utilizam-se as linhas de corrente:

Linha de corrente, de fluxo ou de escoamento: linha imaginária à qual o vector velocidade é tangente em todos os pontos e em cada instante (tipo fotografia do campo de velocidades). Estas linhas nunca se cruzam num liquido em escoamento.

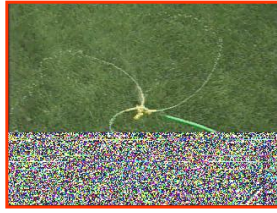


Linha de corrente ≠ linha de trajectória

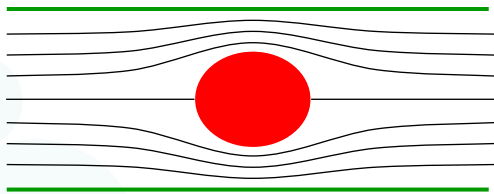
Uma **linha de trajectória** corresponde ao caminho real percorrido por uma determinada partícula de fluido ⇔ lugar geométrico dos pontos ocupados por uma partícula ao longo do tempo ⇔ Percurso da partícula ao longo do tempo



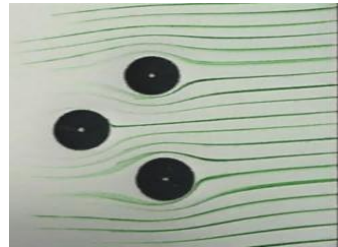
Exemplos de linhas de corrente



Jactos emitidos por um aspersor



Escoamento em torno de um obstáculo



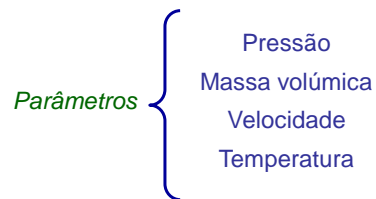
Em escoamento permanente as trajectórias e as linhas de corrente são coincidentes

□ regimes de escoamento

De um modo geral os parâmetros que definem o estado de um fluido (*pressão, massa específica, temperatura e velocidade*) não são constantes no tempo e/ou no espaço.

Estes parâmetros podem variar:

- ✓ de ponto para ponto,
- ✓ de instante para instante, ou
- ✓ em simultâneo.



A cinemática mostra, através de equações, como os parâmetros variam no espaço e no tempo, originando determinado *regime de escoamento*.

□ Classificação temporal/espacial do escoamento

Com base na velocidade

1. **Variação da velocidade no tempo**



A. Permanente ou estacionário:

A velocidade num determinado ponto não varia com o tempo.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

Regime Permanente: trajectória = linha de corrente

B. Variável: A velocidade varia no tempo. É o caso mais geral do escoamento

$$\frac{\partial u}{\partial t} \neq 0$$

{ O regime turbulento pode ser permanente se tomarmos a média ao longo de um período de tempo adequado }

2. **Variação da velocidade no espaço**

A. Uniforme: A velocidade é constante (em módulo e direcção) em qualquer ponto do campo de escoamento

$$\frac{\partial u}{\partial s} = 0$$

B. Não Uniforme: A velocidade varia no espaço

$$\frac{\partial u}{\partial s} \neq 0$$

As duas classificações (no tempo e no espaço) não são mutuamente exclusivas



- Permanente uniforme
- Permanente não uniforme
- Não permanente uniforme
- Não permanente não uniforme

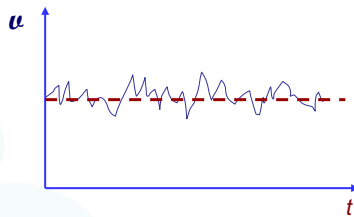
IMP: É necessário fazer a classificação do regime de escoamento para se poder escolher e aplicar o conjunto de soluções mais adequado

Qual o regime de escoamento correspondente a cada uma das seguintes situações? justifique

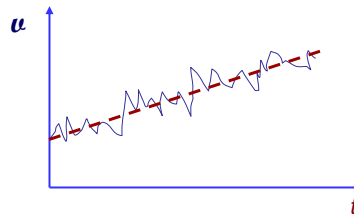
- a) Escoamento de água num tubo de diâmetro constante e a velocidade constante;
- b) Escoamento de água numa tubagem cónica com velocidade constante na secção de entrada;
- c) Tubo de diâmetro constante ligado a uma bomba hidráulica que funciona em regime constante e que depois é desligada.

Coerência com o conceito de permanência

- Regime laminar – valores instantâneos
- Regime turbulento – valores médios

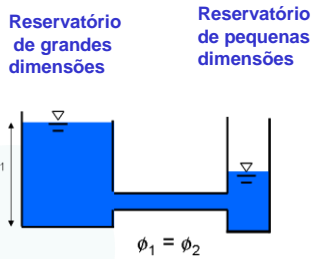
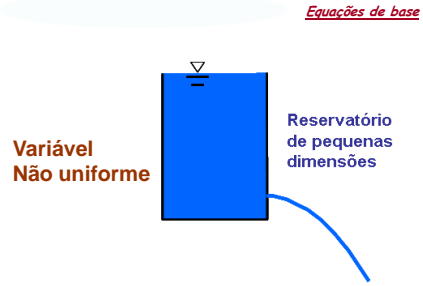
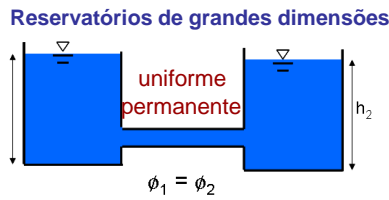


Regime turbulento “permanente”

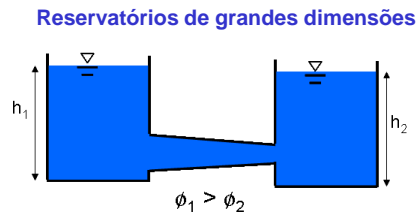


Regime turbulento “não permanente”

Exemplos



Escoamento variável uniforme



Escoamento permanente Não uniforme

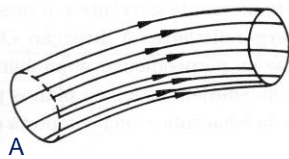
13/26

Equações de base

❑ Tubo de corrente ou de fluxo ou veia líquida

É um conjunto de linhas de corrente vizinhas que passam por um contorno fechado.

Está garantida a não ocorrência de escoamento através das fronteiras laterais do tubo. O fluido atravessa apenas os seus extremos.



- Quando A toma o valor infinitesimal, dA , a porção de tubo de fluxo designa-se por **filamento de corrente**.
- Se A tomar o valor zero, a porção de tubo de fluxo corresponde a uma **linha de corrente**.

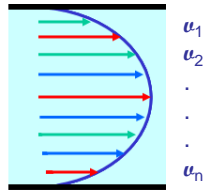
- Escoamento elementar – 1 linha de corrente
- Escoamento global – tubos de corrente justapostos

❑ Secção líquida ou secção recta

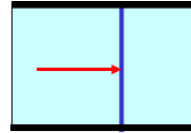
É o corte de um tubo de fluxo por uma secção perpendicular ao vector velocidade (ex: A e A').

14/26

□ Velocidade média numa secção recta. \bar{u}



Perfil real de velocidades numa secção recta



Perfil fictício de velocidades numa secção recta

Velocidade média é a velocidade fictícia, constante para toda a secção, que transporta um volume por unidade de tempo (Q) igual ao que transporta o perfil real de velocidades

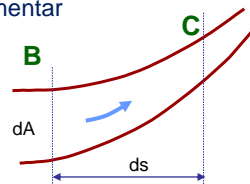
$$\bar{u} A_T = u_1 A_1 + u_2 A_2 + \dots + u_n A_n$$

□ Caudal

Filamento de corrente => escoamento elementar

Volume de fluido que atravessa uma secção do filamento de corrente por unidade de tempo:

$$dQ = \frac{dV}{dt} = \frac{dA ds}{dt} = u dA$$



dA = área elementar ou infinitesimal;
ds = comprimento elementar

Se, em vez de um tubo de fluxo elementar, tomarmos todos os tubos de fluxo que compõem o escoamento (por integração) => escoamento global

$$Q = \int_0^A dA u = A \bar{u} \longrightarrow \text{Diferentes!}$$

A é a secção recta (L²)

\bar{u} é a velocidade média de escoamento na secção recta (LT⁻¹).

Q apresenta as dimensões L³ T⁻¹.

3.2 Equações fundamentais da mecânica dos fluidos ideais:

relações integrais aplicadas a um volume de controlo

Definem-se com base nas leis básicas da física:

- (1) Lei da conservação da massa;
- (2) Segunda lei de Newton;
- (3) Primeira lei da termodinâmica.

E são:

- (1) Equação da continuidade;
- (2) Equação de Euler ou da quantidade de movimento linear;
- (3) Equação da quantidade de movimento angular;
- (4) Equação da energia ou de Bernoulli.

17/26

□ Equação da continuidade

Consideremos o escoamento de um fluido incompressível em regime permanente num tubo de fluxo



Tubo de fluxo

- troço do tubo de fluxo limitado por duas secções transversais
- conservação da massa:
massa de líquido que entra no troço num determinado intervalo de tempo é igual à que sai, no mesmo intervalo de tempo.

Nota:

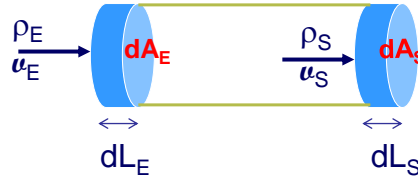
A lei para a situação geral (*incluindo regime permanente e variável*) diz que:
“A massa de líquido que entra no troço num determinado intervalo de tempo é igual à que sai, no mesmo intervalo de tempo adicionada da variação de massa no seu interior”.

18/26

Consideremos agora um *filamento de corrente* com uma secção recta de área elemental dA e de espessura elemental dL

Lei da conservação da massa
 $\Leftrightarrow m_E = m_S$

$$\Leftrightarrow \rho_E dA_E dL_E = \rho_S dA_S dL_S$$



Por unidade de tempo:

$$\frac{dm_E}{dt} = \frac{dm_S}{dt} \Leftrightarrow \frac{\rho_E dA_E dL_E}{dt} = \frac{\rho_S dA_S dL_S}{dt} \Leftrightarrow$$

$$\rho_E dA_E u_E = \rho_S dA_S u_S$$

Em fluidos incompressíveis, ρ é constante $\Rightarrow dA_E u_E = dA_S u_S$

Integrando para infinitos tubos de corrente, que em conjunto ocupem a totalidade da secção recta:

$$\int_0^A dA_E u_E = \int_0^A dA_S u_S \Leftrightarrow A_E \bar{u}_E = A_S \bar{u}_S$$

$$A_E \bar{u}_E = A_S \bar{u}_S \Leftrightarrow Q_E = Q_S$$

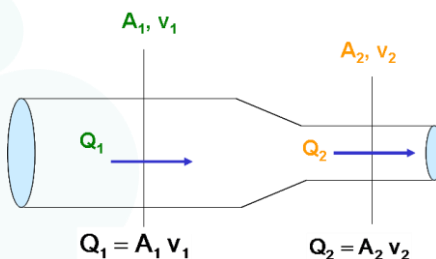
\bar{u} é a velocidade média na secção de escoamento

Num tubo de fluxo impermeável e invariável no tempo (regime permanente) os caudais que atravessam duas secções são iguais



Equação da continuidade

Eq. continuidade $\rightarrow Q_1 = Q_2$



$$A_1 \bar{u}_1 = A_2 \bar{u}_2$$

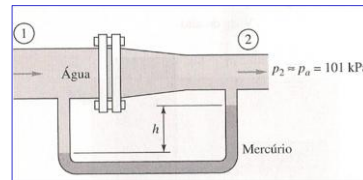
$$\bar{u}_2 = \frac{A_1}{A_2} \bar{u}_1$$

□ Teorema de Euler ou da quantidade de movimento:

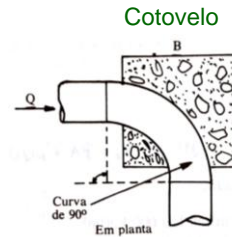
Equação fundamental da mecânica de fluidos clássica

O teorema de Euler é, na mecânica de fluidos, o correspondente ao teorema da **quantidade de movimento** da mecânica dos sólidos.

Tem larga utilização na mecânica de fluidos: **Determinação das forças que líquidos, em movimento ou em repouso, exercem sobre as superfícies com as quais contactam.**



Estreitamento brusco



Todas estas forças são **hidrodinâmicas** e estão associadas a uma **variação da quantidade de movimento** do fluido.

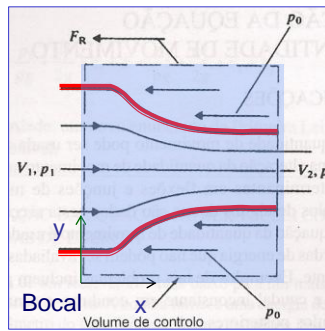
A determinação da magnitude, direcção e sentido destas forças, tem como objectivo o dimensionamento de uma estrutura (**maciço de amarração**)

21/26

Alguns problemas a resolver pela aplicação do Teorema de Euler:

- Forças de reacção em paredes;
- Efeito do peso do fluido quando este actua com a direcção do escoamento;
- Forças de fricção devidas à viscosidade e rugosidade das superfícies;
- Forças desenvolvidas em ramificações e mudanças de direcção de tubagens.

22/26

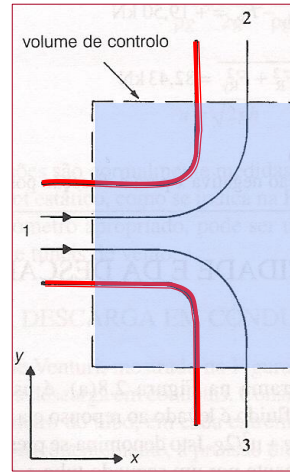
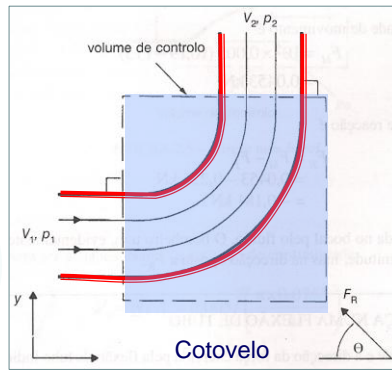


Situações de aplicação do Teorema de Euler;

Definição:

do volume de controlo:

do sistema de eixos



23/26

Para um determinado **volume de controlo** no interior de um fluido, é nulo em cada instante (por unidade de tempo) o sistema das seguintes forças:

- Peso do volume de controlo, P
- Resultante das forças de contacto que as vizinhanças exercem sobre o volume de controlo através das fronteiras, $\pi \quad \vec{\pi} = \vec{\pi}_i + \vec{R}$
- Resultante das forças locais de inércia, In
- Resultante das quantidades de movimento entradas e saídas do volume de controlo na unidade de tempo ($\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2$)

É nula a soma vectorial das forças
Em regime permanente

$$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{I}_n + \vec{\mathcal{M}}_1 - \vec{\mathcal{M}}_2 = 0$$

$$\vec{I}_n = 0$$

$$\pi_i = p_i \times A_i = \rho_i g_i h_i A_i \text{ (N)}$$

Sendo:
h a altura piezométrica (m) e
A a secção recta (m²)

$$\mathcal{M} = m \times u = \rho V u$$

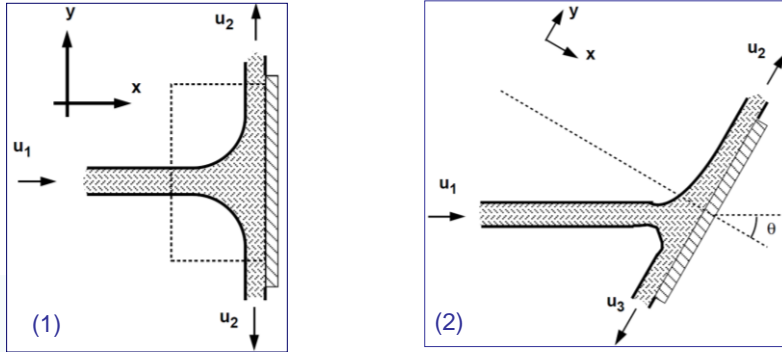
Por unidade de tempo: $\mathcal{M} = \rho Q u \text{ (N)}$

Sendo :
 \mathcal{M} o momento linear,
 ρ a massa volúmica (kg m⁻³),
Q o caudal (m³ s⁻¹) e u a velocidade (m s⁻¹)

24/26

Exemplo 1: Impacto de um jacto de fluido sobre uma superfície sólida plana

O jacto horizontal representado na Figura 1 atinge a superfície sólida plana e vertical com um ângulo de 90°. O jacto apresenta secção transversal = $2 \times 10^3 \text{ mm}^2$ e atinge a placa à velocidade de 15 m s^{-1} . Determine a força de reacção da superfície ao jacto que a mantém na mesma posição.



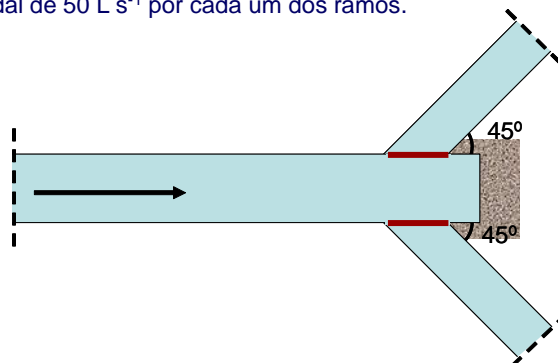
O problema é semelhante mas agora a superfície sólida e plana é inclinada, $\theta = 60^\circ$ (Figura 2). Determine nesta situação a razão entre a quantidade de fluido que é deflectida para cima e para baixo. [338 N; 3:1]

25/26

Exemplo 2:

Conduta de água horizontal, com 30 cm de diâmetro, que se bifurca para dois ramos de 0.2 m, também de eixo horizontal, cada um deles com possibilidade de ser isolado por meio de uma válvula colocada junto da origem. A altura piezométrica da água na tubagem é de 60 m. Pretende-se dimensionar um maciço de amarração que absorva as forças horizontais que, em consequência da singularidade, a água exerce sobre a conduta, em duas situações:

- a) As duas válvulas de seccionamento estão fechadas;
- b) Escoa um caudal de 50 L s^{-1} por cada um dos ramos.



$R' = 41\,563 \text{ N}$ $R' = 15\,467 \text{ N}$

26/26