HIDRODINÂMICA

DEFINIÇÕES

CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO

EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Fluido Ideal ~ É um fluido **incompressível** (a densidade não varia com o tempo) e **sem viscosidade** (o que garante a condição de ausência de atrito interno). Os **líquidos** podem de um modo geral ser considerados incompressíveis, ao contrário dos **gases**)

O escoamento de um fluido chama-se **estacionário ou permanente,** quando as características do escoamento não variam com o tempo. Todas as partículas que passam numa dada posição têm a mesma velocidade em todos os instantes.

As trajetórias descritas pelas partículas do fluído chamam-se **Linhas de escoamento.** No escoamento estacionário estas linhas mantêm-se ao longo do tempo.

Linhas de corrente são linhas cuja tangente, em cada um dos seus pontos, tem a direção do vetor velocidade nesse ponto. No regime permanente as trajetórias ou linhas de escoamento coincidem com as linhas de corrente.

As linhas de corrente que passam através de uma secção imaginária denominam-se **tubo de corrente** que no regime permanente coincide com o **tubo de escoamento**

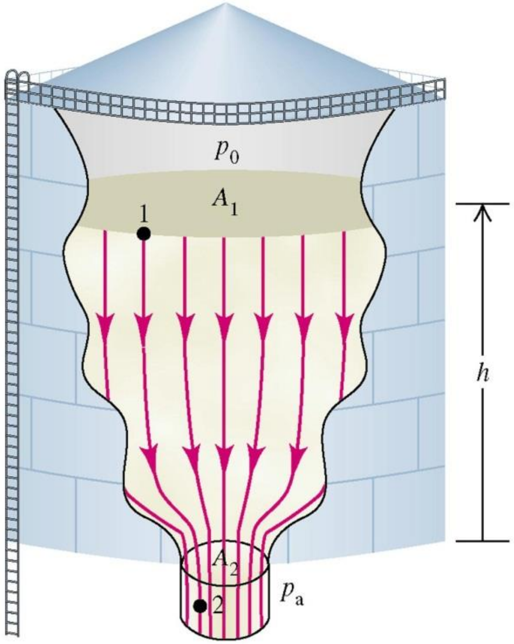
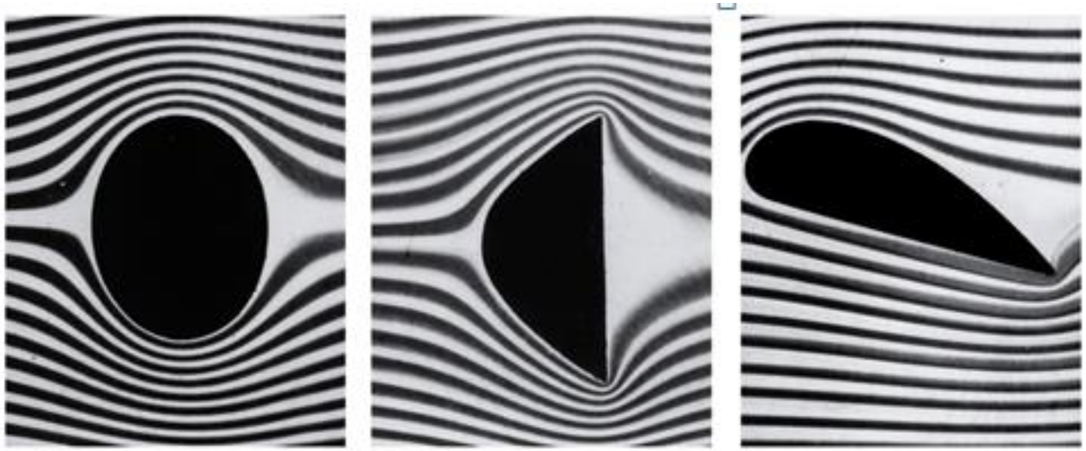
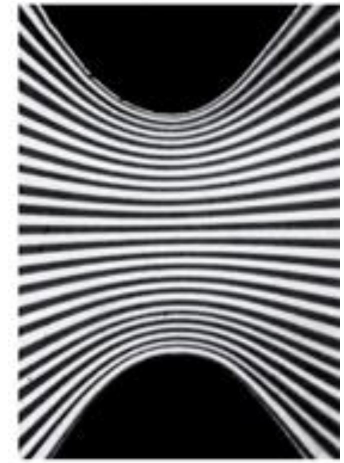


FIGURA 14.24 Esquema para calcular a velocidade de efluxo da gasolina que escoa pela parte inferior do tanque de armazenamento.

Escoamento laminar

Neste tipo de escoamento as partículas do fluido deslocam-se umas em relação às outras como se fossem lâminas de fluido que se deslocam sobre outras lâminas.





d) Escoamento numa secção de um canal com as peredes de forma irregula

Escoamento turbulento

Quando a velocidade é muito grande ou quando aparece um obstáculo o movimento das partículas torna-se errático e chama-se **turbulento**. Num escoamento turbulento não existe constância ao longo do tempo e teoricamente ele nunca será estacionário ou permanente. Quando se pode considerar que as médias das velocidades, calculadas no mesmo ponto para vários instantes, se mantêm constantes **então o escoamento turbulento pode ser considerado estacionário ou permanente**

Na experiência que se mostra do lado direito, injeta-se um líquido colorido em água. Quando a velocidade é pequena o escoamento é laminar. Aumentando gradualmente a velocidade o escoamento passa para turbulento

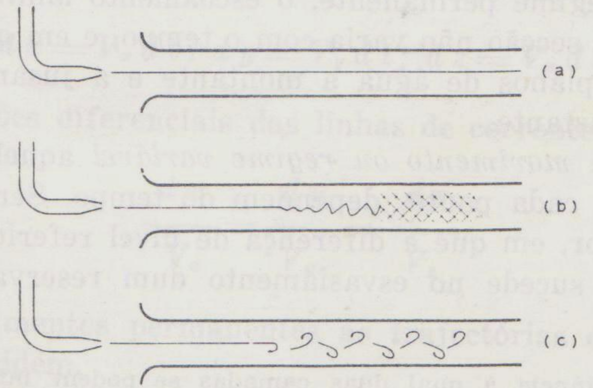


FIG. 2.1

(a) Regime laminar
(b) Transição
(c) Regime turbulento

Escoamento laminar visualizado

Escoamento turbulento visualizado:

O número de Reynolds permite ter uma indicação sobre as características do escoamento, em função de uma variável D (no caso dos escoamentos em tubo é o diâmetro), **v** é a velocidade, **ρ** é a massa volúmica e **η** é a viscosidade do fluido.

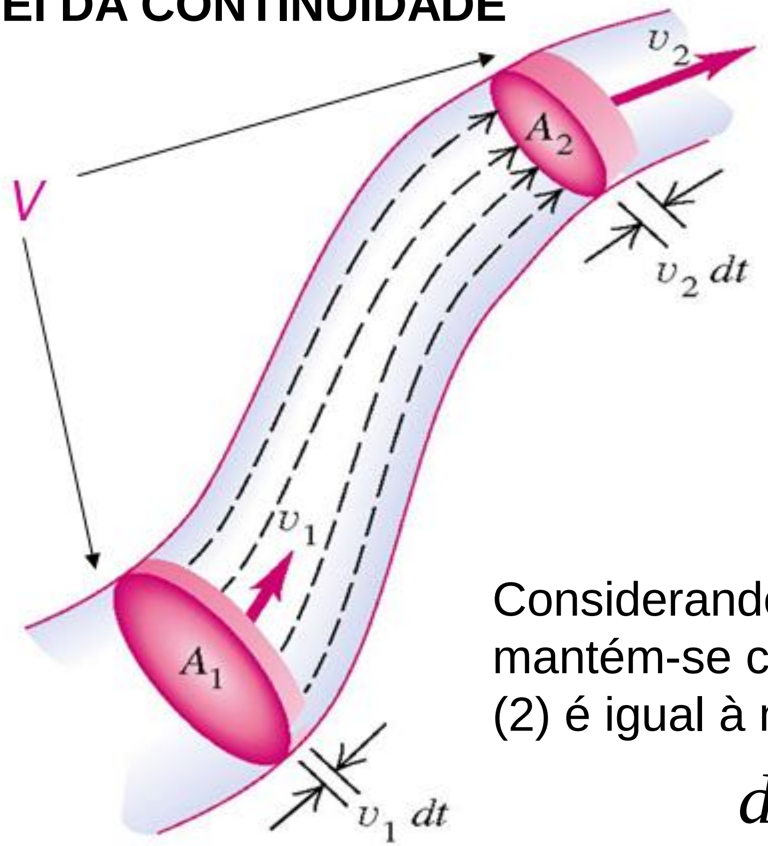
$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\eta}$$

$\mathrm{Re} < 2300$ Escoamento Laminar

$\mathrm{Re} > 3000$ Escoamento Turbulento

Repare-se que Re aumenta com a velocidade do escoamento e diminui com a viscosidade.

LEI DA CONTINUIDADE



A altura do cilindro com líquido na secção 1 é igual ao espaço percorrido durante o tempo dt

$$dx = v_1 dt$$

A massa que passou no intervalo dt na secção de área A_1

$$dm_1 = \rho\, A_1\, v_1 dt$$

Considerando o fluido incompressível, a massa volúmica mantém-se constante e a massa que passa na secção (2) é igual à massa que passa em (1)

$$dm_1 = dm_2 \Rightarrow \rho\, A_1\, v_1 dt = \rho\, A_2\, v_2 dt$$

$$\boxed{A_1\, v_1 = A_2\, v_2}$$

Ao produto da área pela velocidade média na secção chama-se CAUDAL. Este produto representa o volume de fluido que passa na secção por unidade de tempo.

$$Q = A\,v = A\,\frac{dx}{dt} = \frac{A dx}{dt}$$

O CAUDAL ***Q*** É CONSTANTE ENTRE DUAS SECÇÕES, SE NÃO HOUVER ENTRADAS OS SAÍDAS DE FLUIDO (fontes e sumidouros).

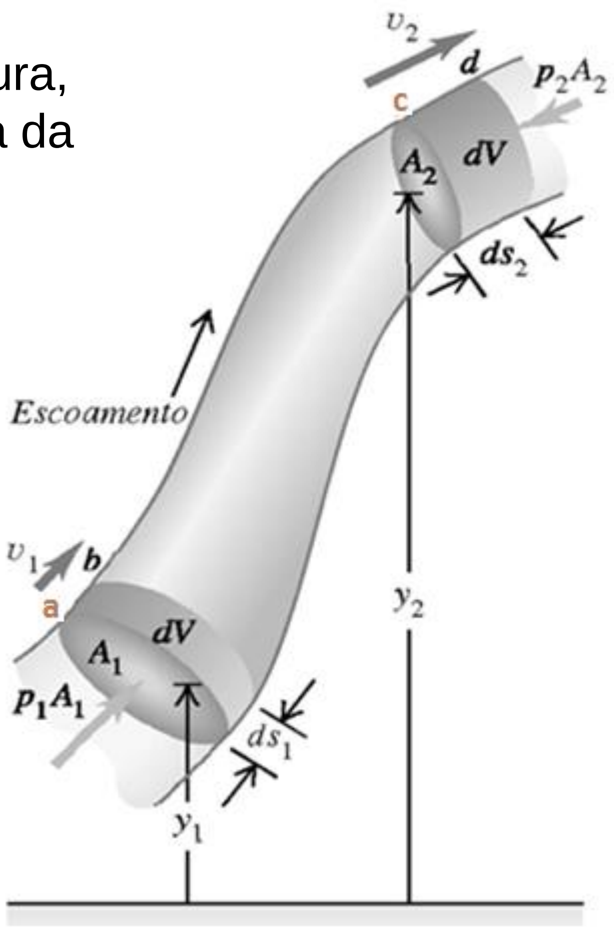
LEI DA BERNOULLI

Considere-se o tubo de escoamento representado na figura, no qual se escoa um fluido ideal num tubo em que a área da secção vai diminuindo na direção do escoamento.

Num determinado intervalo de tempo *dt*, o fluido que ocupava o volume compreendido entre as secções ***a*** e ***c***, passou a ocupar o volume compreendido entre as secções ***b*** e ***d***.

Pela lei da continuidade, se $A_2<A_1$ (a secção reduz-se), será $v_2>v_1$, o que quer dizer que há aumento da velocidade e portanto aceleração do movimento.

Não considerando, para já, a força da gravidade e desprezando o atrito interno porque se está a considerar um fluido ideal (incompressível e não viscoso), **a força responsável pela aceleração do fluido é a variação da pressão entre as duas secções**.



Sabendo que $ds_1 = v_1 dt;\ ds_2 = v_2 dt$

o trabalho realizado pela força $F_1 = P_1 A_1$ exercida pelo fluído, que está do lado esquerdo, sobre o conjunto de fluido em estudo ´é:

$$dW_1 = p_1 A_1 ds_1$$

O trabalho realizado pela força $F_2 = P_2 A_2$ exercida pelo fluído que está do lado oposto e que se opões ao movimento é:

$$dW_2 = -p_2 A_2 ds_2$$

O trabalho resultante realizado pelas forças de pressão é:

$$dW = p_1 A_1 ds_1 - p_2 A_2 ds_2$$

Como o fluido é incompressível, o volume *dV* mantém-se:

$\mathrm{dV} = \mathrm{A_1 ds_1} = \mathrm{A_2 ds_2}$, resultando que:

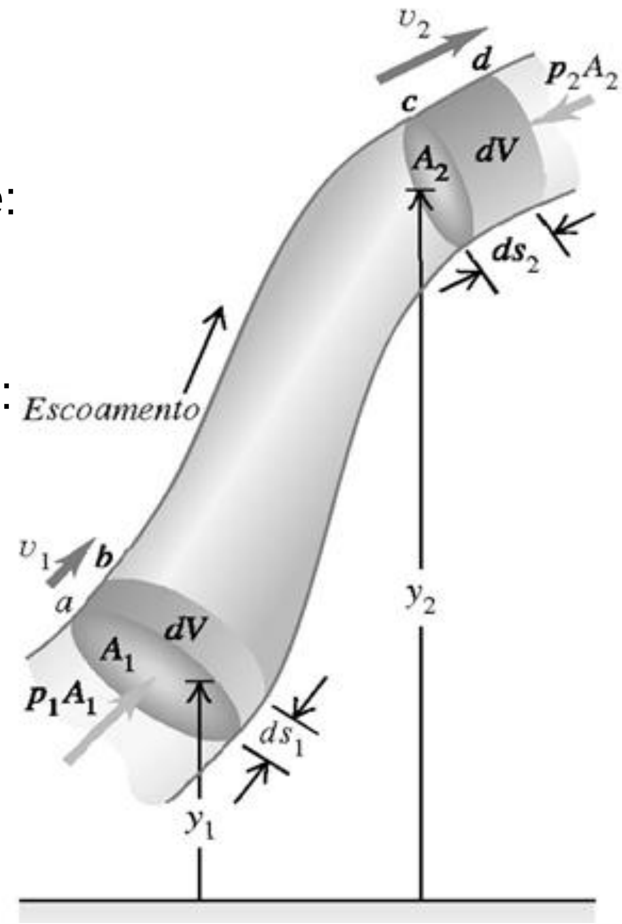
$$dW = (p_1 - p_2) dV$$

A variação da energia cinética é dada por:

$$\mathrm{dK} = \rho \mathrm{dV} \times \frac{\mathrm{v}_2^2}{2} - \rho \mathrm{dV} \times \frac{\mathrm{v}_1^2}{2} = \frac{1}{2} \rho \mathrm{dV} (\mathrm{v}_2^2 - \mathrm{v}_1^2)$$

Considerando agora o peso, a variação da energia potencial é dada por:

$$dU = mgy_2 - mgy_1 = \rho\ dV\ g(y_2 - y_1)$$



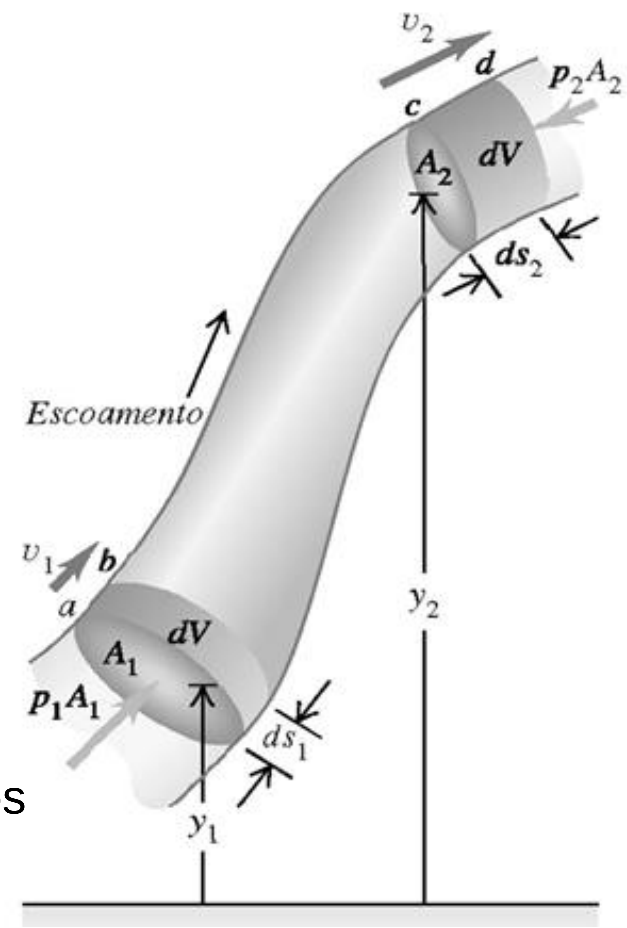
Como o peso é uma força conservativa, então a variação da energia mecânica total (cinética + potencial) é igual ao trabalho realizado pelas forças de pressão (força não conservativa)

$$dU + dK = dW$$

$$\frac{1}{2}\rho\, dV(v_2^2 - v_1^2) + \rho\, dV\; g(y_2 - y_1) = (p_1 - p_2)dV$$

$$\frac{1}{2}\rho\, v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\, v_1^2 + \rho\, g\; y_2 - \rho\, g\; y_1 = p_1 - p_2$$

$$p_1 + \rho\, g\; y_1 + \frac{1}{2}\rho\, v_1^2 = p_2 + \rho\, g\; y_2 + \frac{1}{2}\rho\, v_2^2$$

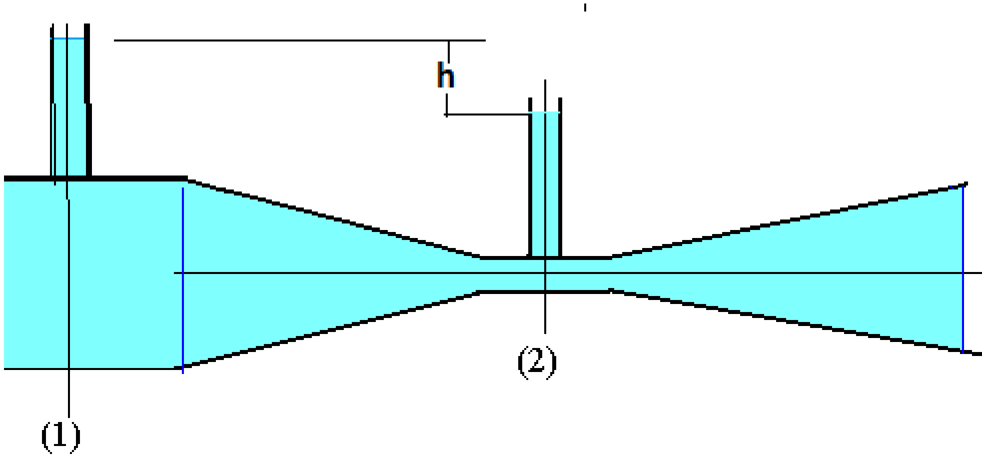


No estudo da hidráulica normalmente a equação apresenta-se de outra forma, representando os termos da energia por unidade de peso. Para o efeito divide-se a equação anterior por

$$\gamma = \rho g$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Contador de Venturi



Equação da continuidade

$$v_1 \times a_1 = v_2 \times a_2 = Q$$

$$v_1 = v_2 \times \frac{\frac{\pi D_2^2}{4}}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = v_2 \times \frac{D_2^2}{D_1^2} = v_2 \times \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

Equação de Bernoulli

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}$$

$V_1^2 = V_2^2 \times \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$ substituindo na equação de Bernoulli fica: $v_2^2 = \frac{2 \times (p_1 - p_2)}{\rho \times (1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4)}$

Dado que $p_1 - p_2 = \rho g h$ fica:

$$V_2^2 = \frac{2 \times \rho g h}{\rho \times (1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4)}$$

$$\boxed{V_2^2 = \frac{2gh}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}}$$

$$Q = v_2 A_2$$

Perda de energia por atrito com as paredes do tubo

$$\frac{p_1}{\gamma} + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_L$$

Nesta formulação do Teorema de Bernoulli todas as unidades são comprimentos.

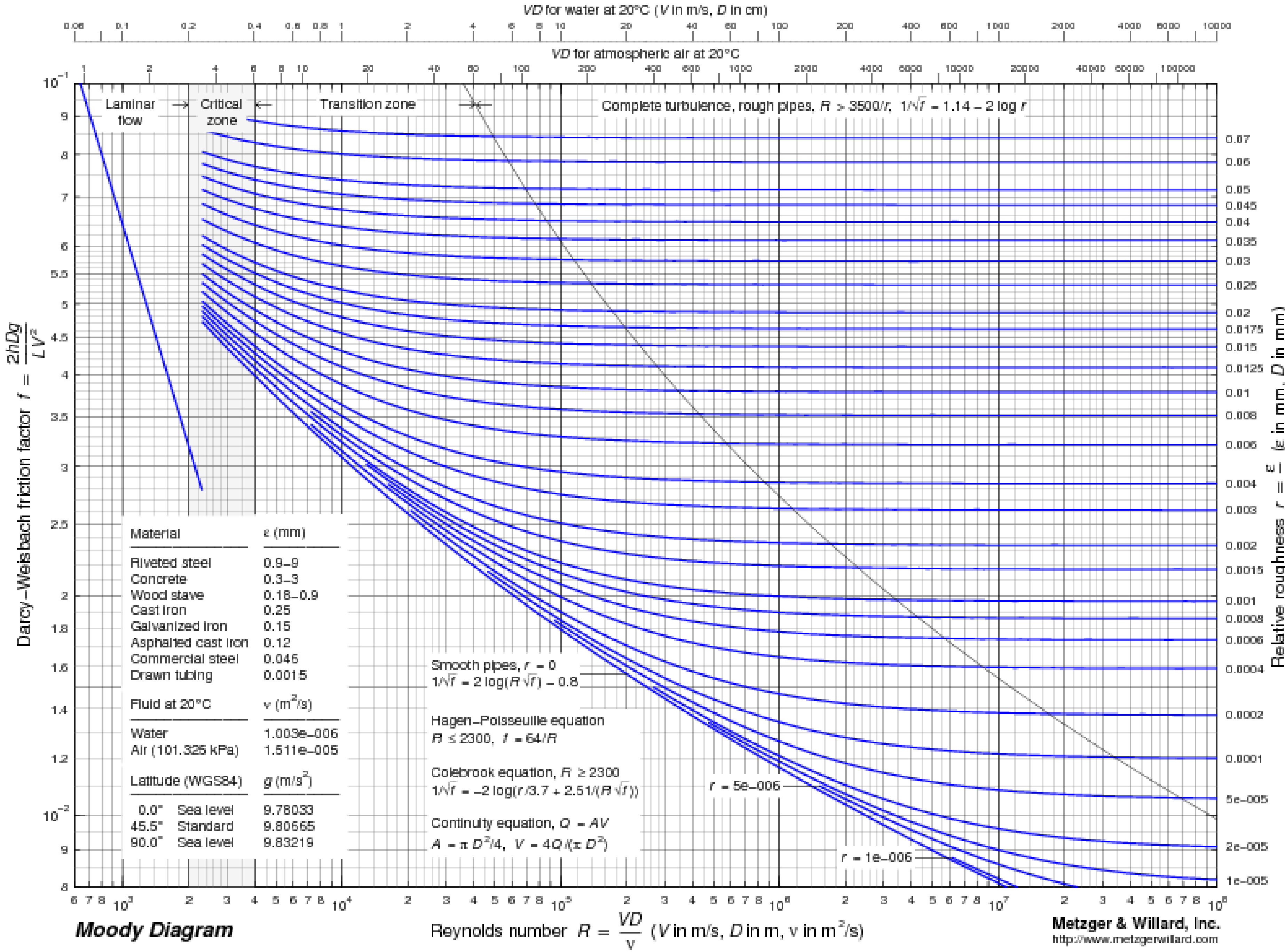
$\frac{p}{\gamma}$ é a altura representativa da pressão

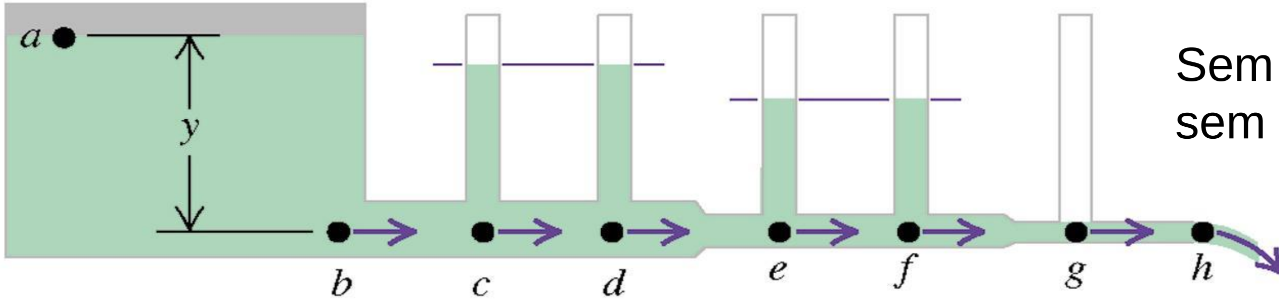
$\frac{v^2}{2g}$ é a altura cinética

A perda de energia por fricção do fluído nas paredes do tubo pode ser representada por :

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

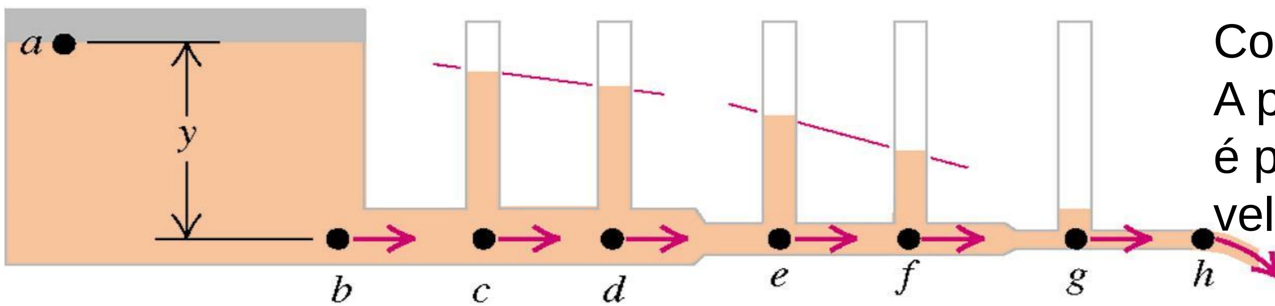
Em que f é o índice de resistência (fator de fricção) dependente essencialmente da rugosidade das paredes do tubo


VD for water at 20°C (V in m/s, D in cm)
VD for atmospheric air at 20°C
Laminar flow
Critical zone
Transition zone
Complete turbulence, rough pipes, R > 3500/r, 1/√f = 1.14 − 2 log r
Darcy−Weisbach friction factor f = 2hDg/LV²
Relative roughness r = ε/D (ε in mm, D in mm)
Material
ε (mm)
Riveted steel 0.9−9
Concrete 0.3−3
Wood stave 0.18−0.9
Cast iron 0.25
Galvanized iron 0.15
Asphalted cast iron 0.12
Commercial steel 0.046
Drawn tubing 0.0015
Fluid at 20°C
ν (m²/s)
Water 1.003e−006
Air (101.325 kPa) 1.511e−005
Latitude (WGS84)
g (m/s²)
0.0° Sea level 9.78033
45.5° Standard 9.80665
90.0° Sea level 9.83219
Smooth pipes, r = 0
1/√f = 2 log(R√f) − 0.8
Hagen−Poisseuille equation
R ≤ 2300, f = 64/R
Colebrook equation, R ≥ 2300
1/√f = −2 log(r/3.7 + 2.51/(R√f))
Continuity equation, Q = AV
A = π D²/4, V = 4Q/(π D²)
r = 5e−006
r = 1e−006
0.07
0.06
0.05
0.045
0.04
0.035
0.03
0.025
0.02
0.0175
0.015
0.0125
0.01
0.008
0.006
0.004
0.003
0.002
0.0015
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0.0001
5e−005
2e−005
1e−005
Moody Diagram
Reynolds number R = VD/ν (V in m/s, D in m, ν in m²/s)
Metzger & Willard, Inc.
http://www.metzgerwillard.com



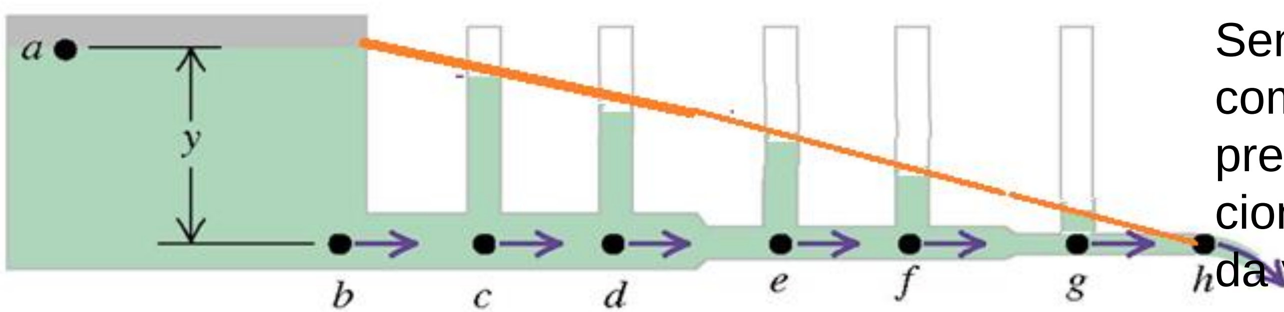
(a)

Sem viscosidade e sem atrito.



(b)

Com viscosidade. . A perda de pressão é proporcional à velocidade



(c)

Sem viscosidade e com atrito. A perda de pressão é propor-cional ao quadrado da velocidade