INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

ESTATÍSTICA E DELINEAMENTO – 2014/15

14 Janeiro 2015 **SEGUNDO TESTE** **Duração: 2h45**

I [9 valores]

A análise química de 39 recolhas do mosto da casta Moscatel Graúdo registou valores de seis características associadas ao aroma, juntamente com o `rendimento` (em kg/planta), grau álcool provável (variável `grau`) e `acidez` (g/l de ácido tartárico) da respectiva produção. Eis a média e variância amostrais das variáveis observadas, bem como a respectiva matriz de correlações.

media	variancia		linalol	nerol	geraniol	hexenol	hexanal	2fenil.	rendim.	grau	acidez
0.477818	0.0278082	linalol	1.000	-0.125	0.463	0.340	0.060	0.099	-0.294	0.445	0.027
0.057077	0.0006659	nerol	-0.125	1.000	0.318	-0.201	-0.165	0.050	0.227	-0.326	-0.111
0.383831	0.0042863	geraniol	0.463	0.318	1.000	0.293	0.011	0.058	-0.144	0.023	-0.018
0.317028	0.0080113	hexenol	0.340	-0.201	0.293	1.000	0.112	0.029	-0.117	0.380	-0.170
0.117162	0.0061367	hexanal	0.060	-0.165	0.011	0.112	1.000	0.692	0.017	0.047	0.079
0.124846	0.0048344	2feniletanol	0.099	0.050	0.058	0.029	0.692	1.000	0.075	-0.028	0.068
8.610233	2.2003850	rendimento	-0.294	0.227	-0.144	-0.117	0.017	0.075	1.000	-0.293	-0.048
8.757108	0.1416529	grau	0.445	-0.326	0.023	0.380	0.047	-0.028	-0.293	1.000	-0.092
4.230297	0.0886225	acidez	0.027	-0.111	-0.018	-0.170	0.079	0.068	-0.048	-0.092	1.000

Dada a dificuldade em analisar as características aromáticas, seria útil poder prever pelo menos algumas a partir das restantes variáveis observadas. Foi ajustada uma regressão linear múltipla para tentar prever os teores de `hexanal` (**Atenção:** não confundir com outra variável de nome semelhante!) a partir dos restantes 8 preditores, tendo sido obtidos os seguintes resultados:

```
> summary(lm(hexanal ~ . , data=moscatel2014))

Coefficients:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.0330805  0.3544070  -0.093    0.926
linalol      -0.0436050  0.0787920  -0.553    0.584
nerol        -0.6497245  0.4631393  -1.403    0.171
geraniol      0.0784129  0.2000816   0.392    0.698
hexenol       0.0517223  0.1307570   0.396    0.695
2feniletanol  0.7943703  0.1435978   5.532 5.19e-06
rendimento    0.0004273  0.0072603   0.059    0.953
grau          0.0038168  0.0327531   0.117    0.908
acidez        0.0060019  0.0343731   0.175    0.863
---
Residual standard error: 0.06056 on 30 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5281, Adjusted R-squared:  0.4023
F-statistic: 4.197 on 8 and 30 DF,  p-value: ???
```

1. Interprete o valor do coeficiente de determinação.
2. Efectue o teste de ajustamento global ($\alpha = 0.05$) e comente as suas conclusões.
3. Será possível afirmar que o coeficiente da variável `grau` de álcool provável, na equação de regressão populacional, é inferior a 0.005, não dando o benefício da dúvida a esta afirmação?

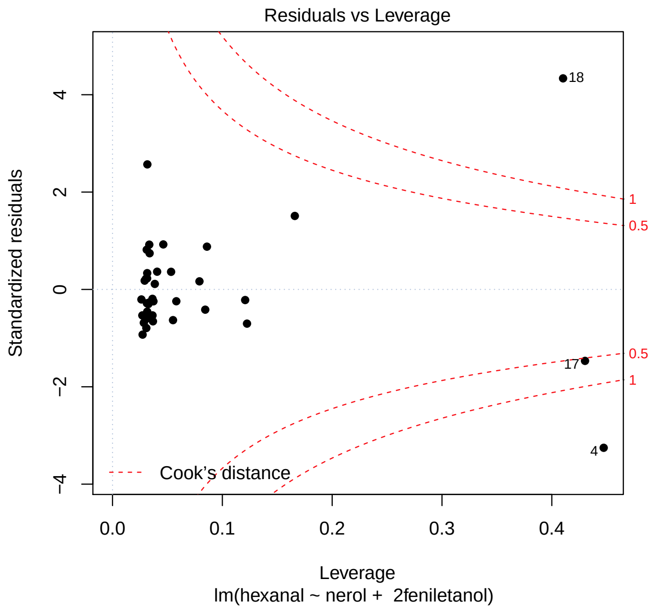
4. Um algoritmo de exclusão sequencial baseado no Critério de Informação de Akaike (AIC) optou por um submodelo com apenas dois preditores: `nerol` e `2feniletanol`.

   (a) Com base na informação disponível até aqui, justifique que o coeficiente de determinação deste submodelo de dois preditores está entre 0.4788 e 0.5281.

   (b) Sabendo que o AIC deste submodelo com dois preditores é -222.23, calcule o respectivo valor de R^2.

   (c) Calcule o valor do R^2 modificado deste submodelo. Compare e comente os valores dos R^2 e R^2 modificados, quer deste submodelo, quer do modelo original. **Nota:** Caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere que o R^2 do submodelo é 0.52.

   (d) Discuta o seguinte gráfico dos resíduos (internamente) estandardizados contra os valores do efeito alavanca.



II [6,5 valores]

Num estudo de árvores de diferentes variedades de oliveiras, decidiu-se analisar as dimensões de folhas adultas, a fim de avaliar a sua eventual relação com o escorrimento da pluviosidade ao longo do tronco. Foram analisadas 6 variedades de oliveira: azeiteira, blanqueta, cordovil, maçanilha, negrita e picual. Duas árvores de cada variedade haviam já sido estudadas no que respeita ao escorrimento da pluviosidade e em cada uma delas foram amostradas 10 folhas ao acaso. Efectuou-se uma análise de variância para analisar a existência de efeitos, quer de variedades, quer das árvores de cada variedade, nas larguras das folhas. As larguras médias global, por variedade e por árvore de cada variedade, obtidas foram as seguintes.

```
> model.tables(aov(largura~variedade/arvore,data=folhas),type="means")
Tables of means
Grand mean
11.78236

variedade
```

```
azeiteira blanqueta  cordovil macanilha  negrinha    picual
   11.793    14.450    11.005    12.031    10.224    11.191

variedade:arvore
           arvore
variedade   1      2
  azeiteira 12.865 10.721
  blanqueta 14.187 14.713
  cordovil  11.559 10.451
  macanilha 12.043 12.020
  negrinha  10.348 10.100
  picual    11.179 11.203
```

Foi ajustado um modelo ANOVA com os seguintes resultados.

```
> summary(aov(largura~variedade/arvore,data=folhas))
                      Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
variedade              5   ???      ???  14.494   ---
variedade:arvore       6  30.81    5.13   1.762  0.114
Residuals            108   ???      ???
```

1. Descreva detalhadamente o modelo ANOVA ajustado e discuta a opção tomada para lidar com os dois factores presentes na experiência.
2. Complete os quatro valores omissos (indicados pelos pontos de interrogação) na tabela resumo da ANOVA, indicando como os obtém.
3. Existem efeitos de variedade significativos ao nível $\alpha = 0.05$? Comente a sua conclusão.
4. Com base num teste de Tukey, para que variedades é que podem ser consideradas significativamente diferentes as larguras médias das folhas do par de árvores observadas ($\alpha = 0.05$)? Comente as suas conclusões, tendo também em conta as conclusões dum teste F aos efeitos de árvore (igual α). **Nota:** Caso não tenha respondido à alínea anterior, admita que $QMRE = 3.00$.
5. Decidiu-se usar o teste de Bartlett para estudar a homogeneidade de variâncias das folhas de cada árvore observada. Descreva brevemente o teste e comente as conclusões a que conduzem os resultados obtidos, sabendo que o valor calculado da estatística é $K^2_{calc} = 18.1765$.

III [4,5 valores]

Considere o modelo linear, *sem preditores* (o Modelo Nulo), dado pela equação $Y_i = \beta_0 + \epsilon_i$, $\forall\, i = 1, ..., n$, e pelos pressupostos $\epsilon_i \cap \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\forall i$, e independência dos $\{\epsilon_i\}_{i=1}^n$.

Usando a notação matricial na formulação do modelo, a matriz do modelo $\mathbf{X}$ terá uma única coluna, composta por uns, ou seja, $\mathbf{X} = \mathbf{1}_{\mathrm{n}}$.

1. Mostre que a matriz de projecção ortogonal sobre $\mathcal{C}(\mathbf{X})$, o espaço das colunas de $\mathbf{X}$, será, neste caso, dada por $\mathbf{H} = \frac{1}{n}\mathbf{J}$, onde $\mathbf{J}$ é a matriz $n \times n$ cujos elementos são todos 1.
2. Identifique os valores ajustados da variável resposta, $\hat{y}_i$, produzidos por este modelo nulo.

3. A partir da fórmula geral para o vector $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dos estimadores dos parâmetros dum modelo linear, determine o estimador de mínimos quadrados de β_0.

4. Determine os valores de SQR e $SQRE$ neste modelo. Comente.

5. Utilize os resultados da alínea anterior para mostrar que a estatística do teste F parcial comparando um modelo de regressão linear com p preditores e o submodelo Nulo (sem preditores) é igual à estatística do teste F de ajustamento global do modelo completo.