

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

Exame de Matemática II
(2ª. Chamada)

Duração: 2 horas

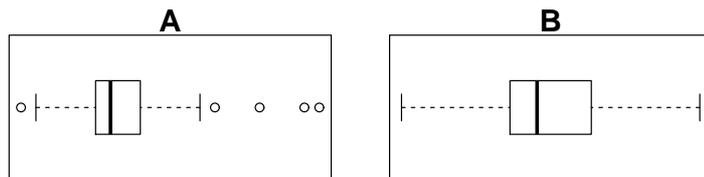
30 de Junho de 2015

Responda às seguintes questões, apresentando todos os cálculos que tiver de efectuar.

1. (3.5 val) Um estudo sobre biodiversidade analisou o número de espécies de borboletas observadas em 100 bosques. O quadro seguinte resume os resultados obtidos

Número de espécies de borboletas]2, 5]]5, 7]]7, 9]]9, 11]]11, 13]]13, 18]]18, 25]
Número de bosques	2	6	34	29	18	8	3

- Indique a variável em estudo e classifique-a, justificando.
- Construa um quadro de frequências absolutas, relativas e relativas acumuladas relativo aos resultados deste estudo.
- Desenhe o correspondente histograma da distribuição de frequências relativas.
- Um dos diagramas de extremos-e-quartis que se apresentam de seguida diz respeito ao conjunto de dados obtido para a variável estudada. Indique, justificando, qual deles deve ser.



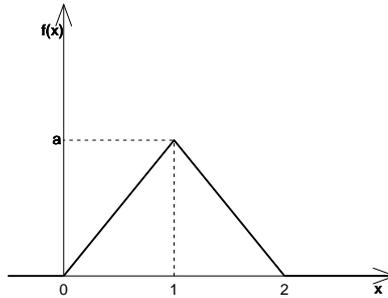
2. (3.0 val) Para avaliar a taxa de transpiração de um coberto vegetal podem ser utilizados dois métodos: um mais expedito mas menos preciso (método A) e outro mais preciso mas mais difícil de aplicar (método B). Com o objectivo de estabelecer, para um dado coberto vegetal, uma relação entre os valores obtidos com os dois métodos, foram escolhidos 16 períodos de observação e aplicadas simultaneamente as duas metodologias. Alguns dos resultados obtidos foram os seguintes:

Período	1	2	...
Método A (x)	12	14	...
Método B (y)	16	23	...

$$\sum_{i=1}^{16} x_i = 592 \quad \sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 25968 \quad \sum_{i=1}^{16} y_i = 691 \quad \sum_{i=1}^{16} y_i^2 = 34719$$

$$\sum_{i=1}^{16} x_i y_i = 29641$$

- Poder-se-á admitir a existência de uma relação linear entre os valores de transpiração obtidos pelos dois métodos? Justifique.
 - Independentemente da resposta à alínea anterior, determine a recta de regressão dos mínimos quadrados de y sobre x .
 - Calcule a precisão da recta de regressão e interprete o seu significado.
 - Qual é o valor ajustado e o resíduo para o par de valores observados no período 1?
3. (6.0 val) Seja X a variável aleatória que representa a procura semanal (em toneladas) de terra vegetal num viveiro de plantas. A figura seguinte representa o gráfico da função densidade de X .



- a) Mostre que $a = 1$.
- b) Determine as expressões da função densidade e da função distribuição cumulativa de X .
- c) Interprete geometricamente e calcule
- a probabilidade da procura semanal de terra vegetal:
 - ser inferior a 0.3 t,
 - estar entre 0.3 e 1.5 t,
 - ser igual a 1 t;
 - a mediana de X ;
 - a quantidade mínima de terra vegetal a ter no início de cada semana, de modo a que a probabilidade de ruptura de *stock* seja igual a 5%.
4. (3.5 val) O proprietário de um pequeno jardim adquiriu dois sacos de bolbos, um de túlipas (com 5 unidades) e outro de amarílis (com 4 unidades) que plantou em diferentes vasos. De acordo com a informação do vendedor, a percentagem de bolbos que não vingam é de 10% no caso das túlipas e de 5% no caso das amarílis.
- Determine a probabilidade de
 - não vingarem pelo menos 2 bolbos de amarílis;
 - o número total de bolbos que não vingam ser um.
 - Calcule o valor esperado e a variância do número total de bolbos que vingam.
5. (4.0 val) Pretende-se estudar a quantidade (em ppm) de um poluente no solo numa dada região. Numa primeira abordagem, considerou-se que esta quantidade é bem modelada por uma v.a. X que se admite ter distribuição normal com valor médio $\mu = 24.5$ ppm e desvio padrão $\sigma = 1.4$ ppm.
- Escolhido um local ao acaso nesta região, qual é a probabilidade da quantidade de poluente:
 - estar entre 24 e 25 ppm?
 - ser superior a 27.9 ppm?
 - Retirada uma amostra aleatória de dimensão 10 do solo desta região, qual a probabilidade da quantidade média de poluente nessa amostra estar entre 24 e 25 ppm?
 - Baseado num estudo preliminar, foi seleccionado o modelo esférico para modelar o variograma da distribuição espacial do poluente no solo desta região. Assumindo as habituais hipóteses de estacionaridade e isotropia e sabendo que o "efeito pepita" foi estimado em 0.1 ppm^2 e que a correlação espacial é nula para pontos que distam entre si um ou mais quilómetros,
 - indique a expressão do variograma ajustado;
 - determine o variograma de pontos que distam entre si 0.5 km.