

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA
UC Física I (2016-2007) – FICHA DE TRABALHO PRÁTICO Nº 5
Máquina de Atwood

OBJECTIVO

Analisar a 2ª lei de Newton, aplicada a um sistema de 2 massas ligadas por um fio que passa sobre uma roldana.

EQUIPAMENTO

- Máquina de Atwood (Fig. 5.1), com uma roldana (Fig. 5.1a) com 482 g de massa.
- Dois cilindros com 100 g cada, ligados por um fio.
- Massas móveis de 5 g (uma), 2 g (duas) e 1 g (uma).
- Clipes de metal.
- Fita métrica.
- Cronómetro.

PROCEDIMENTO

1. Fixe a base de recepção da massa descendente (Fig. 5.1b) a uma distância y da plataforma de queda (Fig. 5.1c), medida com a fita métrica. Registe y .
2. A queda da massa m_2 é desencadeada quando se puxa o fio (Fig. 5.1d) que solta a plataforma de queda. Quem puxa o fio deve também accionar o cronómetro.
3. Como apresentado nas bases teóricas em anexo, a roldana contribui para a inércia do sistema como se uma “massa equivalente” m_{eq} fizesse parte da massa total acelerada. O valor teórico dessa massa, $m_{eq,t}$ é dado por $m_{eq,t} = m_r/2$ (Eq. 5.8 do anexo), em que m_r é a massa da roldana.
4. Começar com os cilindros com $m_1 = m_2 = 105$ g de massa. Com $m_1 = m_2$ o sistema está em equilíbrio (força resultante nula). Na ausência de atrito, uma pequena pancada descendente em m_2 devia colocar o sistema em movimento uniforme. Tal não acontece devido ao atrito.
5. Transferir pequenas massas de m_1 para m_2 , aumentando lentamente $(m_2 - m_1)$ até que m_2 desça com movimento uniforme, usando, eventualmente, os clipes de metal para ajustamento fino. O movimento não deve ser demasiado lento, sendo útil avaliar se é uniforme observando a roldana. Registrar m_1 e m_2 na 1ª coluna dos ensaios, marcada com um asterisco. Estas massas serão usadas para calcular a massa de atrito $m_{ft} = m_2 - m_1$ que, embora medida, se designou de teórica (índice t), para distinguir da obtida de forma mais indirecta, à frente. Nos ensaios de queda seguintes $(m_2 - m_1)$ terá de ser superior a m_{ft} .

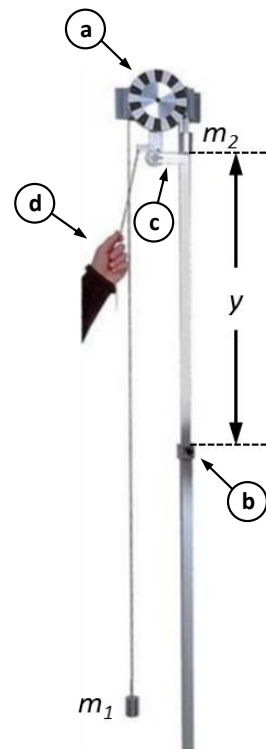


Figura 5.1 Máquina de Atwood, com (a) uma roldana, (b) uma base de recepção da massa m_2 , e (c) uma plataforma de queda que é solta pelo (d) fio

6. Começar com ambos os cilindros com massas $m_1 = 100$ g e $m_2 = 110$ g (100 g do cilindro + 5 + 2 + 2 + 1 g das massas móveis). Fazer 3 medições independentes do tempo de queda de m_2 , partindo do repouso até parar. Registrar os valores obtidos no Quadro 5.1, coluna do 1º ensaio.

7. Repetir o processo de medição,

a) transferindo 1 g de m_2 para m_1 , para o 2º ensaio,

b) repondo 1 g de m_1 para m_2 e transferindo mais 2 g de m_2 para m_1 , para o 3º ensaio,

c) transferindo mais 1 g de m_2 para m_1 , para o 4º ensaio.

RELATÓRIO

1. Efectuar os cálculos indicados no Quadro 5.1, obtendo as acelerações medidas nos ensaios, a_m , a massa equivalente teórica, m_{eqt} , a massa de atrito teórica, m_{ft} , a massa total do sistema, a resultante das forças que sobre ele actuam e, finalmente, as acelerações teóricas do sistema, a_t , a comparar, percentualmente, com as acelerações medidas, a_m .

2. Fazer um gráfico em que as abcissas são os valores de $(m_2 - m_1)$ usados nos ensaios e as ordenadas os correspondentes valores medidos das acelerações, a_m .

2.1 Ajustar uma recta de regressão aos pontos obtidos, usando a folha de cálculo *excel*, registando os valores obtidos para o declive, d , e para a ordenada na origem, b .

2.2 Obter a estimativa da massa equivalente da roldana através de (Eq. 5.10 do anexo):

$$m_{eqm} = \frac{g}{d} - (m_2 + m_1)$$

2.3 Obter a estimativa da força de atrito da roldana através de (Eq. 5.11 do anexo):

$$f_m = -b(m_1 + m_2 + m_{eqm})$$

2.4 Obter a estimativa da aceleração da gravidade através de (Eq. 5.13 do anexo):

$$g_m = d(m_1 + m_2 + m_{eqt})$$

3. Comparar percentualmente os valores obtidos em 2 com os apresentados no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 Relatório parcial para a máquina de Atwood

Objectivo: Investigar $a = F_R/m$, mantendo m constante.

m_{eqt} _____ ()		Ensaio				
		*	1º	2º	3º	4º
Massa descendente m_2 ()						
Massa ascendente m_1 ()						
Altura percorrida y ()						
Tempo de queda t ()	1ª medição					
	2ª medição					
	3ª medição					
	Média					
Aceleração medida $a_m = 2y/t^2$ ()						
Massa total $m = m_1 + m_2 + m_{eqt}$ ()						
Massa de atrito $m_{ft} = m_2 - m_1$ ()						
Força resultante $F_R = (m_2 - m_1 - m_{ft})g$ ()						
Aceleração teórica $a_t = F_R/m$ ()						
Diferença percentual entre a_m e a_t						

* Medição da massa de atrito m_{ft} .

Nota: No final da experiência deverá entregar ao docente a página seguinte, devidamente preenchida.

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA
UC Física I (2016-2007) – FICHA DE TRABALHO PRÁTICO Nº 5
Máquina de Atwood

Nota: Entregar esta folha no final da aula.

Turma:

Data:

Grupo:

Nome	Número	Rubrica
1:
2:
3:
4:
5:

Para medição da massa de atrito:

Massa descendente m_2 ()	
Massa ascendente m_1 ()	

Ensaios:

		1º	2º	3º	4º
Massa descendente m_2 ()					
Massa ascendente m_1 ()					
Altura percorrida y ()					
Tempo de queda t ()	1ª medição				
	2ª medição				
	3ª medição				

Geral

A máquina de Atwood¹ é um aparelho simples que consiste em duas massas diferentes ligadas por um fio que passa sobre uma roldana, como representado na Fig. (5.2).

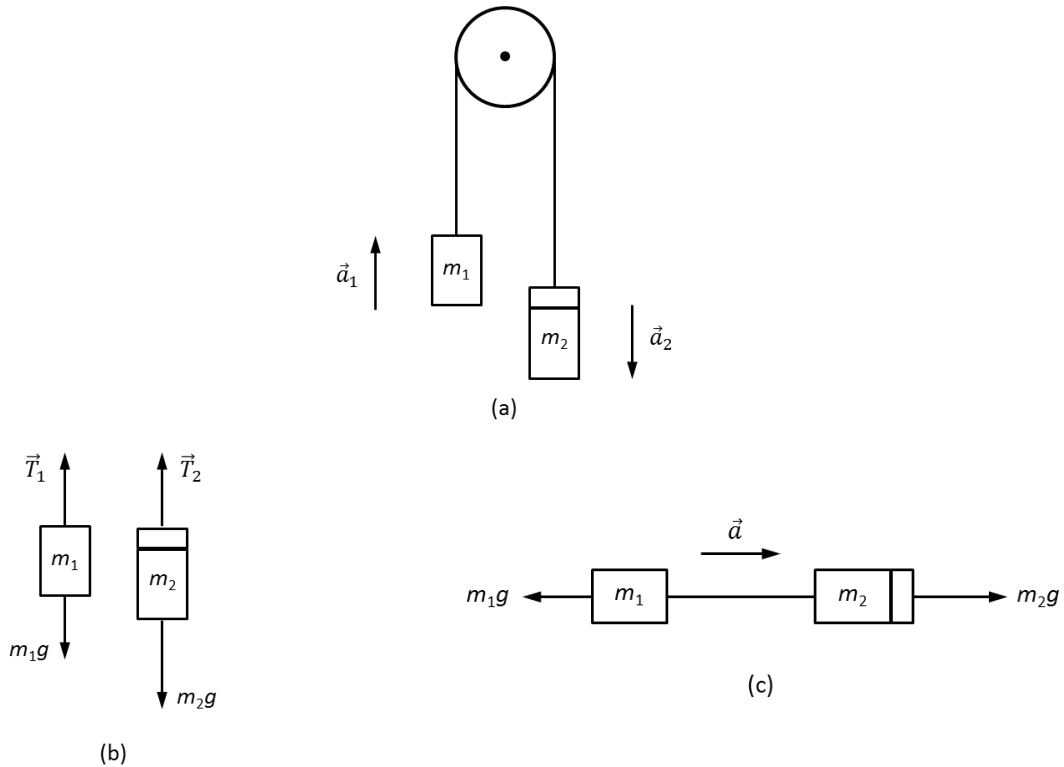


Figura 5.2 Esquema de máquina de Atwood ideal. **(a)** Dois objectos ($m_2 > m_1$) ligados por um fio inelástico, sem peso, sobre uma roldana sem atrito e com massa desprezável. **(b)** Diagrama de forças para ambos objectos. **(c)** Representação com um diagrama horizontal, já que a roldana apenas muda a direcção das forças em presença.

Esta máquina será utilizada para analisar a segunda lei de Newton, que estabelece que a aceleração, \vec{a} , de um objecto ou de um sistema é directamente proporcional à resultante das forças que actuam sobre o objecto, $\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i$, e inversamente proporcional à massa total do sistema, m . Isto é: $\vec{a} = \vec{F}_R/m$ ou, mais vulgarmente: $\vec{F}_R = m\vec{a}$.

As acelerações têm a mesma intensidade, $a_1 = a_2 = a$, e, nesta máquina ideal, em que o fio e a roldana têm massa desprezável e a roldana roda sem atrito, as trações têm a mesma intensidade, $T_1 = T_2 = T$.

Considerando que a maior massa (m_2) se move no sentido positivo a força resultante é:

$$F_R = m_2g - m_1g = (m_2 - m_1)g. \tag{5.1}$$

¹ Assim designada por ter sido inventada pelo cientista britânico George Atwood (1745-1807) para estudar o movimento uniformemente acelerado e medir a aceleração gravítica g .

Pela segunda lei de Newton:

$$F_R = ma = (m_2 + m_1)a \quad (5.2)$$

em que $m = m_1 + m_2$ é a massa total do sistema em movimento. Igualando as Eqs. (5.1) e (5.2) e rearranjando os termos obtém-se:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{(m_2 - m_1)g}{(m_1 + m_2)} \quad (5.3)$$

Na realidade, na máquina de Atwood utilizada (Fig. 5.1), a massa da roldana não é desprezável, pelo que tem uma inércia não negligenciável, e a força de atrito f que se opõe à sua rotação é significativa. Uma maneira simples de considerar a inércia da roldana é dar-lhe a forma de uma massa equivalente, m_{eq} , que se adiciona (não fisicamente) à massa total do sistema. Assim, para maior precisão dos ensaios, a equação para a aceleração do sistema passa a ter a forma:

$$\frac{(m_2 - m_1)g - f}{F_R} = \frac{(m_1 + m_2 + m_{eq})}{m} a$$

ou seja:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g - f}{m_1 + m_2 + m_{eq}} \quad (5.4)$$

Se as massas se moverem com uma velocidade constante a aceleração do sistema é nula, pelo que, nesse caso, a Eq. (5.4) conduz a, quando resolvida em ordem a f :

$$f = (m_2 - m_1)g = m_f g, \quad (5.5)$$

o que fornece um método para determinar a magnitude da força de atrito na roldana, ou a massa m_f necessária para equilibrar a força de atrito.

A aceleração teórica do sistema (Eq. 5.4) pode assim escrever-se como:

$$a_t = \frac{(m_2 - m_1 - m_f)g}{m_1 + m_2 + m_{eq}} \quad (5.6)$$

A estimativa da aceleração do sistema efectua-se medindo o tempo t necessário para que a massa m_2 percorra, ao cair, uma distância y previamente estabelecida. Da cinemática, a equação para o movimento rectilíneo uniformemente acelerado é $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$, pelo que, como a massa parte do repouso ($v_{0y} = 0$) e $y_0 = 0$ para $t = 0$:

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

ou seja:

$$a_m = \frac{2y}{t^2} \quad (5.7)$$

em que se utilizou o índice m para designar a aceleração medida. Finalmente, a massa equivalente associada à inércia da roldana é dada genericamente por $m_{eq} = \frac{I}{R^2}$, em que I é o momento de inércia da roldana e R o seu raio. Neste caso, o momento de inércia da roldana (cilindro) é dado por $I = \frac{1}{2} m_r R^2$, em que m_r é a massa da roldana. Assim, a massa equivalente teórica pode ser calculada com:

$$m_{eqt} = \frac{1}{2} m_r \quad (5.8)$$

Métodos de análise

Podem aplicar-se diversos tipos de métodos e ensaios com a máquina de Atwood. Tipicamente, podem considerar-se ensaios em que:

- Se mantém constante a massa total do sistema e se faz variar a resultante da força que actua sobre este.
- Se mantém constante a força resultante que actua sobre o sistema, fazendo variar a massa total deste.

Estes ensaios podem depois ser interpretados através da aplicação das equações apresentadas acima, ou através da consideração explícita dos momentos das forças de tração aplicadas sobre a roldana e da força de atrito em relação ao eixo de rotação da roldana, cuja soma iguala o produto do momento de inércia da roldana pela sua aceleração angular.

Neste trabalho apenas se consideram ensaios em que se mantém constante a massa total do sistema, sendo a sua interpretação feita apenas com as equações acima apresentadas.

Análise dos dados

O Quadro 5.1 está preparado para a obtenção das acelerações medidas nos ensaios, a_m , da massa equivalente teórica, m_{eqt} , da massa de atrito teórica, m_{ft} , da massa total do sistema e da resultante das forças que sobre ele actuam. Estas últimas variáveis permitem aplicar numericamente a Eq. (5.6) e estimar as acelerações teóricas do sistema, a_t .

Com os valores medidos, é também possível estimar, para o conjunto dos ensaios, a massa equivalente do sistema, m_{eqm} , a massa de atrito, m_{fm} , e a aceleração da gravidade, g_m , os quais se devem comparar com os valores teóricos obtidos anteriormente. Para o efeito, pode dar-se à Eq. (5.4) a forma:

$$\frac{a_m}{y} = \frac{g}{\underbrace{(m_1 + m_2 + m_{eqm})}_d} \underbrace{\frac{(m_2 - m_1)}{x}}_x + \frac{-f_m}{\underbrace{(m_1 + m_2 + m_{eqm})}_b} \quad (5.9)$$

em que $f_m = m_{fm}g$. Como se pode observar, esta é a equação de uma recta $y = dx + b$, em que as abcissas são os valores usados de $(m_2 - m_1)$ e as ordenadas os valores medidos das acelerações a_m .

Assim, deve construir-se o gráfico com aquela relação e ajustar uma recta aos pontos obtidos. A partir do valor obtido para o declive, d , pode estimar-se m_{eqm} :

$$m_{eqm} = \frac{g}{d} - (m_2 + m_1) \quad (5.10)$$

Substituindo o valor obtido para m_{eqm} na expressão para a ordenada na origem, b (Eq. 5.8), e resolvendo em ordem à força de atrito, obtém-se:

$$f_m = -b(m_1 + m_2 + m_{eqm}) \quad (5.11)$$

Finalmente, se olharmos para a expressão para o declive d (Eq. 5.8) e substituirmos m_{eq} pelo seu valor teórico m_{eqt} podemos estimar a aceleração da gravidade:

$$g_m = d(m_1 + m_2 + m_{eqt}) \quad (5.12)$$