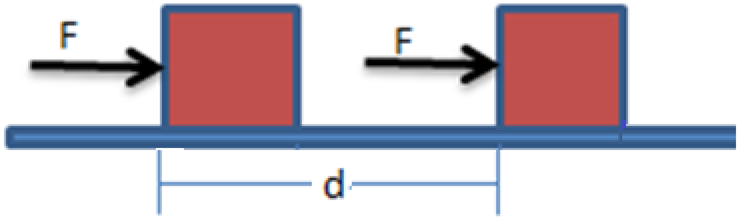
Trabalho e Energia.

Nota: As fotografias assinaladas com (1) foram retiradas do livro
(1) A. Bello, C. Portela e H. Caldeira “Ritmos e Mudança”, Porto editora.
As restantes são retiradas de
Sears e Zemansky – Física I (12ª ed.) Pearson Education, São Paulo.

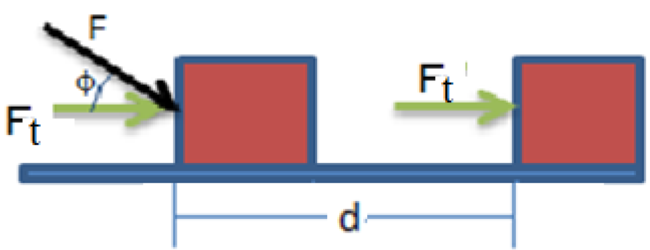
TRABALHO E ENERGIA



O trabalho realizado pela força constante F para deslocar o bloco de uma distância d é:

$$W = F \times d$$

Quando a força não tem a direção do deslocamento (o que só acontece quando há ligações) será:



$$F_t = F\cos(\phi)$$

$$F_N = F sen(\phi)$$

Note que só a componente que tem a direção do movimento é que produz trabalho. A componente normal à superfície (F_N) é anulada pela reação da superfície.

$$W = F_t \times d$$

$$\boxed{W = F\cos(\phi) \times d}$$

Na forma vetorial:

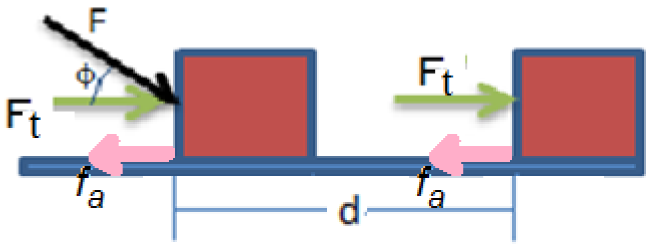
$$\boxed{W = \vec{F} . \Delta P}$$

Produto interno do vetor força pelo deslocamento do ponto

O trabalho é positivo quando ϕ < 90º e negativo em caso contrário.

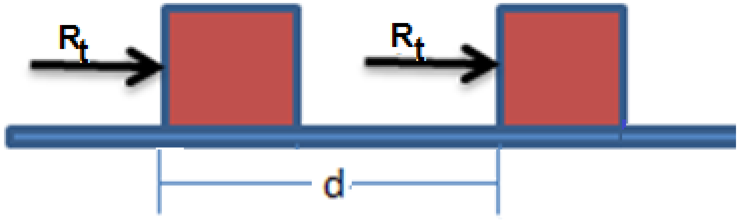
Quando se considera o **atrito** entre o corpo e a superfície introduz-se a força de atrito que, como se sabe, tem a direção da tangente à superfície e tem sentido oposto ao movimento:

$$f_a = \mu \times F_N = \varpi \times Fsen(\phi)$$



Em seguida calcula-se a resultante das forças que têm a direção do movimento (forças tangenciais)

$$R_t = F_t - f_a$$



Finalmente calcula-se o trabalho realizado

$$W = R_t \times d$$

Unidades de trabalho

A equação de derivação é $W = F \times d$

$F=[LMT^{-2}]$, logo $W=[L^2MT^{-2}]$

a) Sistema internacional Joule (J)

1 J=1 m^2kgs^{-2} =1 Nm

b) Sistema CGS erg (erg)

1 erg=1 cm^2gs^{-2} =1 dyn.cm

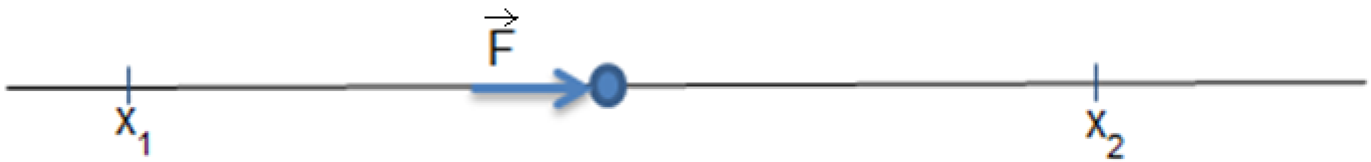
$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{m}^2\mathrm{kgs}^{-2} = \left(\frac{10^2\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{m}}\right)^2\left(\frac{10^3\,\mathrm{g}}{1\,\mathrm{kg}}\right)\left(\frac{1\mathrm{s}}{1\mathrm{s}}\right)^{-2} = 10^7\,\mathrm{cm}^2\mathrm{gs}^{-2} = 10^7\,\mathrm{erg}$$

c) Sistema Técnico ou gravitacional: Quilogrametro (kgm)

$$1\,\mathrm{kgm} = 1\,\mathrm{kgf} \times 1\,\mathrm{m} = 9{,}8\,\mathrm{N} \times \mathrm{m} = 9{,}8\,\mathrm{J}$$

Teorema do trabalho-Energia

Uma partícula demora um tempo t, para passar da posição x_1 para a posição x_2, impulsionada por uma força constante F, resultante de todas as forças que atuam na partícula, nas condições da figura:



Conhecidas as velocidades nos pontos x2 e x1, a aceleração pode ser calculada por:

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)}$$

Multiplicando ambos os membros desta última equação pela massa m

$$m \times a = \frac{m\,(v_2^2 - v_1^2)}{2\,(x_2 - x_1)}$$

Multiplicando agora ambos os membros pelo espaço percorrido $x_2 - x_1$ fica:

$$m \times a\,(x_2 - x_1) = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) \quad \Rightarrow F\,(x_2 - x_1) = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$F\,(x_2 - x_1) = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$F\,(x_2 - x_1) = W$ é o trabalho realizado pela resultante das forças qua atuam na partícula para deslocar o ponto da posição x_1 para a posição x_2.

$$\boxed{W = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}}$$

TEOREMA DO TRABALHO-ENERGIA ou TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

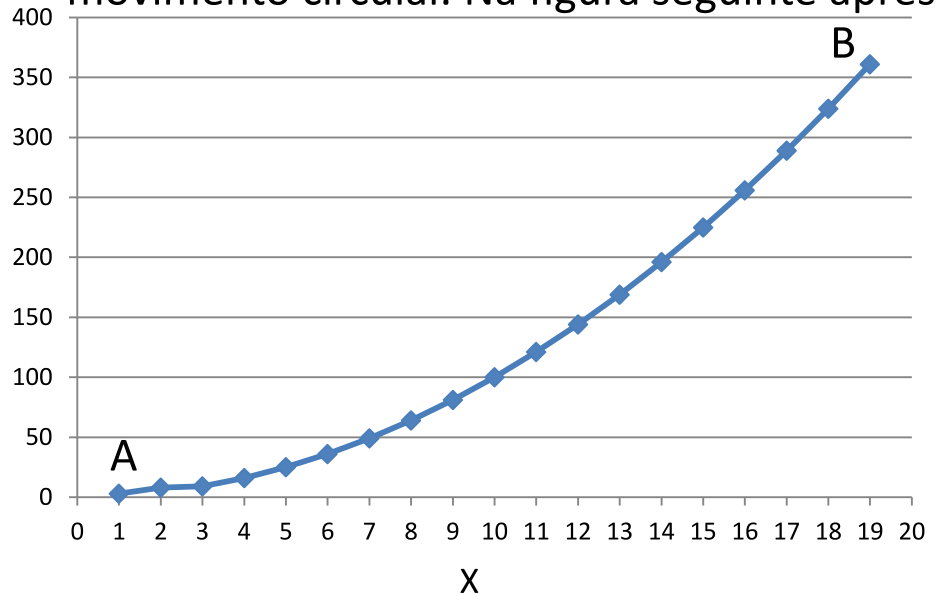
a $\boxed{K = \frac{mv^2}{2}}$ chama-se **Energia cinética**

O trabalho realizado pela resultante das forças que atuam sobre uma partícula de massa *m*, durante um certo intervalo de tempo, é igual à variação da energia cinética durante o mesmo intervalo de tempo.

Para um corpo rígido apenas com movimento de translação será:

O trabalho realizado pela resultante das forças exteriores que atuam sobre um corpo durante um certo intervalo de tempo, é igual à variação da energia cinética durante o mesmo intervalo de tempo.

Este teorema ainda é válido para trajetórias não lineares. Estas trajetórias são provocadas por forças que variam ao longo do tempo, como se viu no caso do movimento circular. Na figura seguinte apresenta-se uma trajetória parabólica



$$y = x^2$$

O trabalho realizado pela força F, de direção variável, para deslocara partícula de A até B é a soma do trabalho realizado em cada intervalos em que se pode dividir aquele percurso.

Quando os intervalos são muito pequenos pode considerar-se que, em cada intervalo, a força é constante e o movimento retilíneo. Então, pelo teorema do trabalho-energia, o trabalho realizado pela força para deslocar a partícula em cada intervalo é igual à variação da energia cinética observada nos extremos desse intervalo.

$$W = m\left[\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} + \frac{v_3^2}{2} - \frac{v_2^2}{2} + \frac{v_4^2}{2} - \frac{v_3^2}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{v_{n-1}^2}{2} - \frac{v_{n-2}^2}{2} + \frac{v_n^2}{2} - \frac{v_{n-1}^2}{2}\right] = m\left(\frac{v_n^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}\right)$$

Podendo assim demonstrar-se a validade do enunciado anterior para qualquer trajetória e portanto para forças aplicadas variáveis no tempo.

Potência

Potência média

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Define-se para um intervalo de tempo e representa o trabalho médio realizado por unidade de tempo.

Potência instantânea

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

A potência está relacionada com a **capacidade de produzir trabalho**. Um carro mais potente, percorre a mesma distância que outro de menor potência, num intervalo de tempo menor.

Um aquecedor com 2000W produz o dobro do calor do que um aquecedor de 1000 W, no mesmo intervalo de tempo.

Quando F não varia com o tempo a trajetória é uma reta, o deslocamento pode representar-se por x e o trabalho por $F \times x$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(F \times x)}{dt} = F\frac{dx}{dt}$$

$$P = FV$$

A potência num determinado instante é o produto da intensidade da força pela velocidade (V) nesse instante.

Unidades de Potência

A equação de derivação é $P = \Delta W / \Delta T$

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$W=[L^2MT^{-2}]$ logo $P=[L^2MT^{-3}]$

a) Sistema internacional   watt (W)

$1\ W = 1\ m^2kgs^{-3} = 1\ J.s^{-1}$

b) Sistema CGS erg por segundo

$1\ erg.s^{-1} = 1\ cm^2gs^{-3}$

$1\ W = 10^7\ erg.s^{-1}$

c) Sistema Técnico ou gravitacional: Quilogrâmetro por segundo

$$1\mathrm{kgm.s^{-1}} = 9{,}8\,\mathrm{J.s^{-1}} = 9{,}8\ \mathrm{W}$$

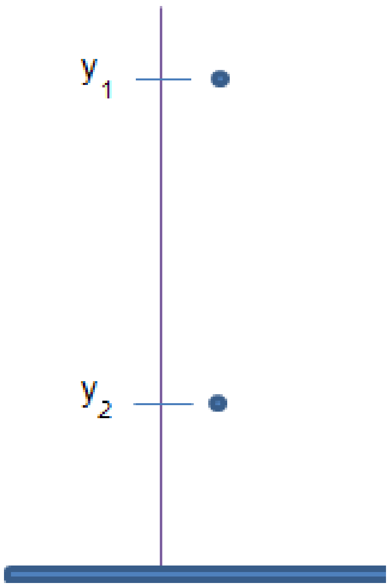
Outra unidade muito usada, que não pertence ao SI é o horse power (hp), nos países anglo-saxónicos, ou o cavalo vapor (cv) nos restantes. A correspondência é a seguinte:

1 hp = 1,0138 cv = 745,7 W
1 cv = 0,9863 hp = 735,5 W

Energia potencial

1. ***Energia potencial gravitacional***

O trabalho realizado pela força da gravidade sobre um corpo quando este cai de uma altura y_1 para uma altura y_2 é dado por:



$$W_{grav} = mg(y_1 - y_2)$$

$$W_{grav} = mgy_1 - mgy_2$$

$$\boxed{U_{grav} = mgy}$$

é a **energia potencial gravitacional** da partícula situado a uma altura y do sistema de referência

$$W_{grav} = U_{grav.1} - U_{grav.2}$$

$$\boxed{W_{grav} = -(U_{grav.2} - U_{grav.1})}$$

$$\boxed{W_{grav} = -\Delta U_{grav}}$$

O sinal negativo é essencial. Permite considerar que quando a partícula sobe, o trabalho realizado pela força da gravidade é negativo e a energia potencial gravitacional aumenta, verificando-se o inverso quando desce.

Pelo teorema da energia cinética pode-se escrever:

$$W_{grav} = m\frac{v_2^2}{2} - m\frac{v_1^2}{2} = K_2 - K_1$$

Conjugando com a expressão que fornece o trabalho em função da diferença de energia potencial gravitacional fica:

$$K_2 - K_1 = -(U_{grav.2} - U_{grav.1})$$

$$K_1 + U_{grav.1} = K_2 + U_{grav.2}$$

$$\boxed{E = K + U_{grav}}$$ permanece constante

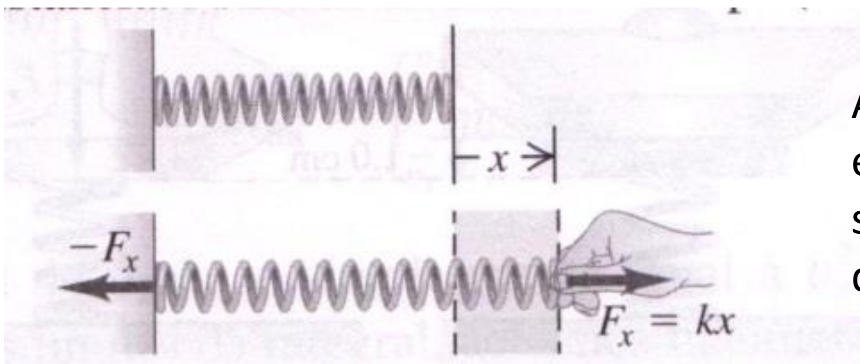
E, representa a energia mecânica total, soma da energia cinética com a energia potencial gravitacional.

Pode então concluir-se que, durante o movimento de uma partícula apenas sujeita à ação da gravidade, a energia total permanece constante.

QUANDO UM PONTO DESCE A ENERGIA CINÉTICA AUMENTA E A POTENCIAL DIMINUI E QUANDO UM PONTO SOBE GANHA ENERGIA POTENCIAL E PERDE ENERGIA CINÉTICA

2. ***Energia potencial elástica***

Corpos elásticos são corpos que, terminada a deformação, voltam a ter a mesma forma e o mesmo tamanho que possuíam antes da deformação.



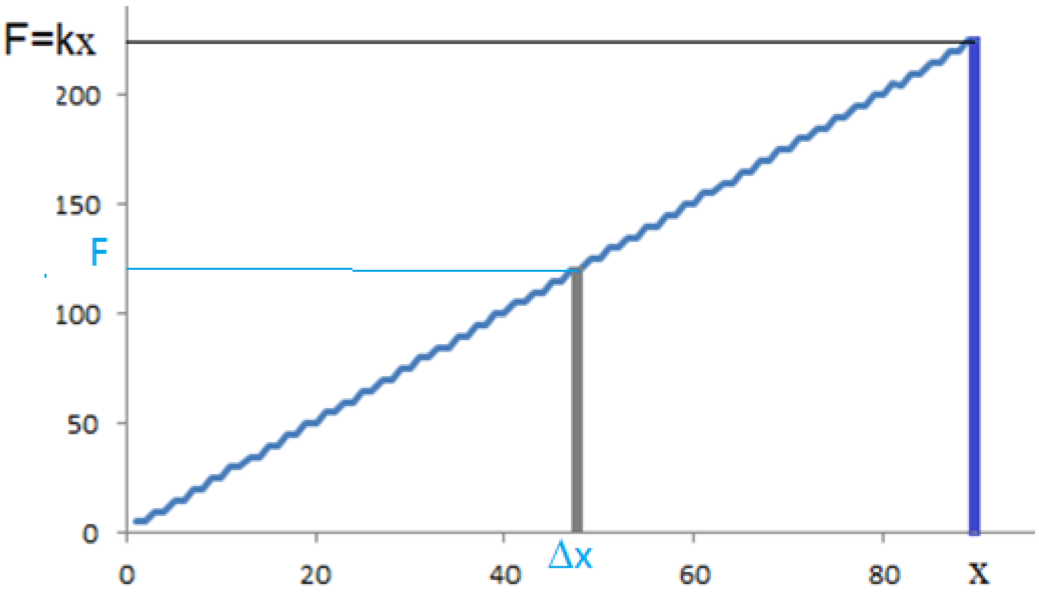
A força F aplicada a cada uma das extremidades da mola é variável, sendo tanto maior quanto maior o deslocamento (x) que provoca

$$F = kx$$

Em que **k=constante da mola**. Nas molas mais simples, usadas nos brinquedos $k=1\ Nm^{-1}$. Na suspensão de um automóvel $k=10^5\ Nm^{-1}$

Como a força varia com o valor de x, para calcular o trabalho, divide-se o deslocamento em n deslocamentos elementares em que, para cada um, se considera a F constante com o valor que tem no início do intervalo.

O trabalho em cada intervalo pode ser calculado pela área do retângulo que tem por base o comprimento do intervalo (Δx) e por altura o valor da força (F) dado que W=F.Δx

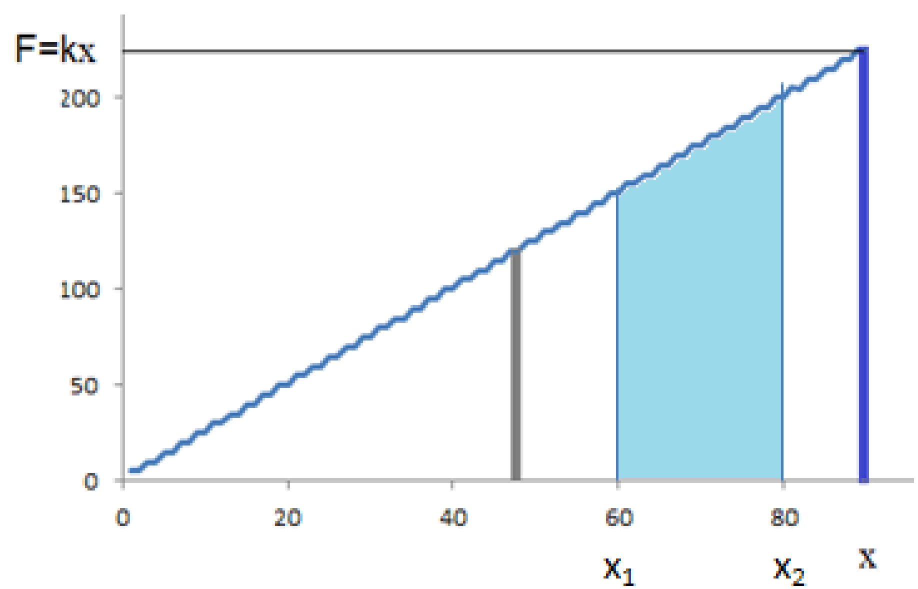


Depois somam-se todos estes trabalhos elementares para obter o trabalho realizado pela força. A área do triângulo representa então o trabalho realizado pela força variável **F** quando provoca um deslocamento **x** na mola

$$W = x \times \frac{kx}{2} = \frac{1}{2}kx^2$$

O trabalho realizado pela Força F sobre a mola entre x1 e x2 será a área do trapézio realçado na figura, que pode ser calculado subtraindo à área do triângulo de base Ox_2 e altura kx_2, a área do triangulo de base Ox_1 e altura kx_1

$$W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$



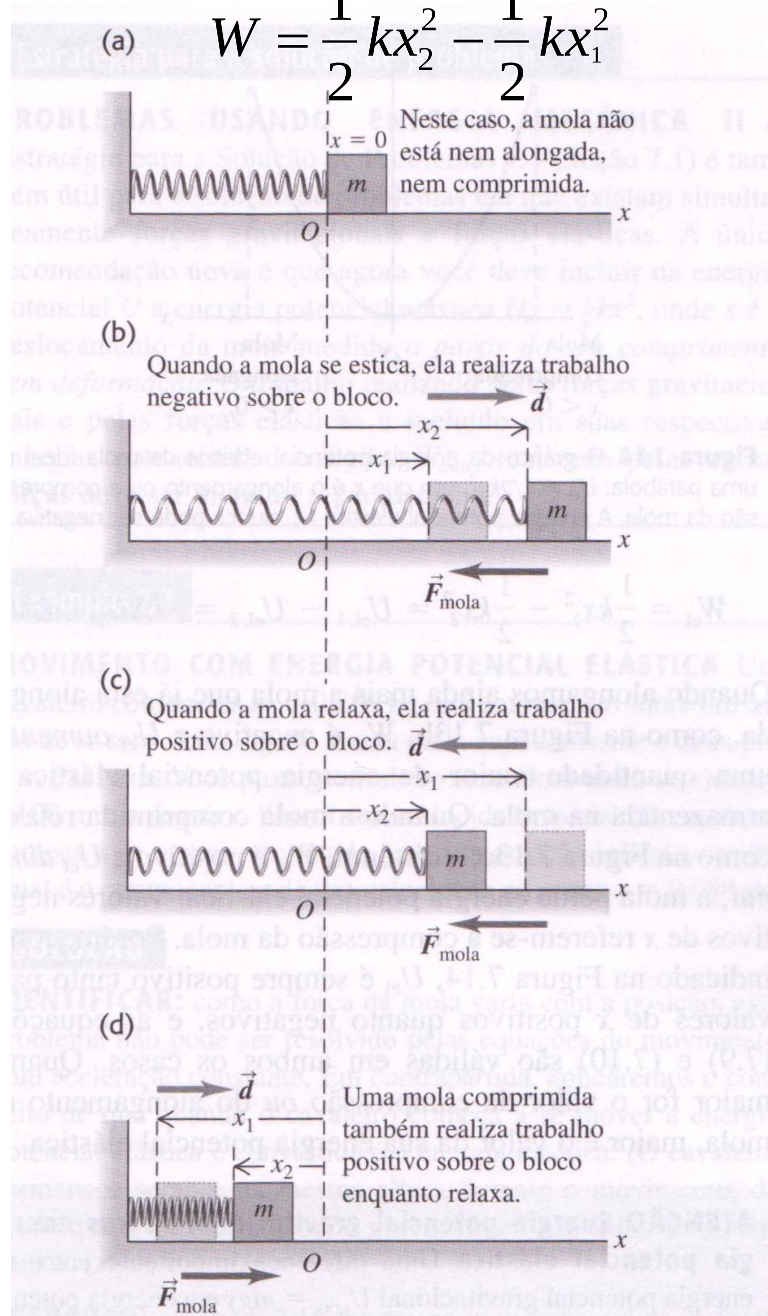
$$W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

O trabalho realizado pela mola (F_{mola}) entre x_1 e x_2 será igual e de sinal contrário ao trabalho realizado pela força que provoca o deslocamento (F)

$$W_{el} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Tal como no caso do trabalho gravitacional, podemos representar o trabalho da mola em termos de uma diferença de energia no início e no fim do movimento. Essa energia é a **ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA (U_{el}).**

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$



$$W_{el} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 = U_{el,1} - U_{el,2} = -\Delta U_{el}$$

3. **Situações com energia potencial gravitacional e elástica**

Dado que o trabalho realizado por uma forca elástica entre x_1 e x_2 é igual à diferença do potencial elástico entre os dois pontos, podemos agora generalizar o princípio da conservação da energia, escrito quando se considerava apenas a força gravitacional.

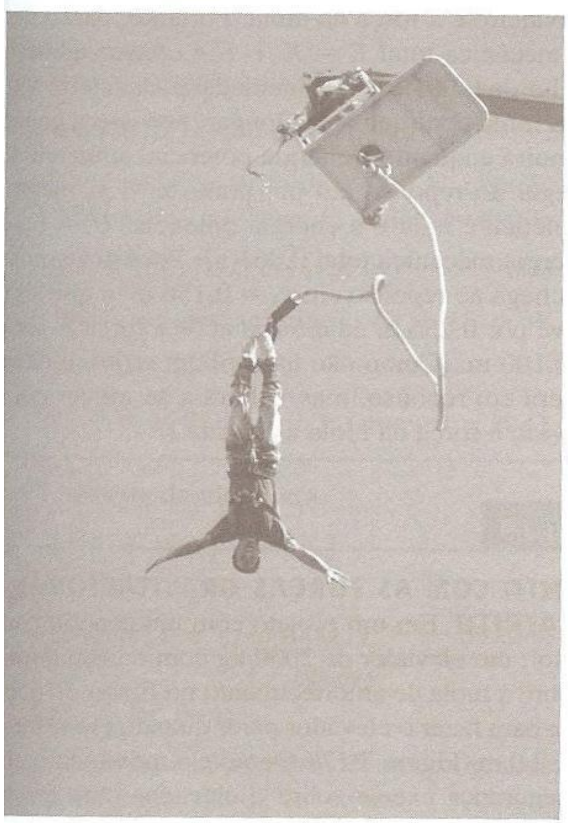
$$K_1 + U_{grav.1} + U_{el.1} = K_2 + U_{grav.2} + U_{el.2}$$

Se houver outro tipo de forças a realizar o trabalho (W_{outras})

$$\boxed{K_1 + U_{grav.1} + U_{el.1} + W_{outras} = K_2 + U_{grav.2} + U_{el.2}}$$

Esta é a forma mais geral deste princípio, que se pode aplicar às situações onde exista atrito, sendo W_{outras} o trabalho realizado pelas forças de atrito (normalmente energia que se transforma em calor, que é outra forma de energia).

Se não houvesse atrito (resistência do ar e atrito interno nos elásticos) haveria conservação de energia e o movimento representado na figura não parava.



15 A queda de um saltador de *bungee jumping* envolv
o entre a energia cinética, a energia potencial gravitacio
tencial elástica. Devido à resistência do ar e às forças d
corda do *bungee*, a energia mecânica não é conservada
ecânica *fosse* conservada, o saltador permaneceria os
e para baixo eternamente!)

4. Forças conservativas

São forças capazes de converter energia cinética em energia potencial e de fazer a conversão inversa

Características do trabalho realizado apenas por forças conservativas:
- É igual à diferença entre o valor inicial e final da função potencial
- É reversível
- É independente da trajetória do corpo, depende apenas do ponto inicial e do ponto final
- Quando o ponto final coincide com o ponto inicia, o trabalho realizado é igual a zero

$$W_{A \to B} = U(A) - U(B)$$

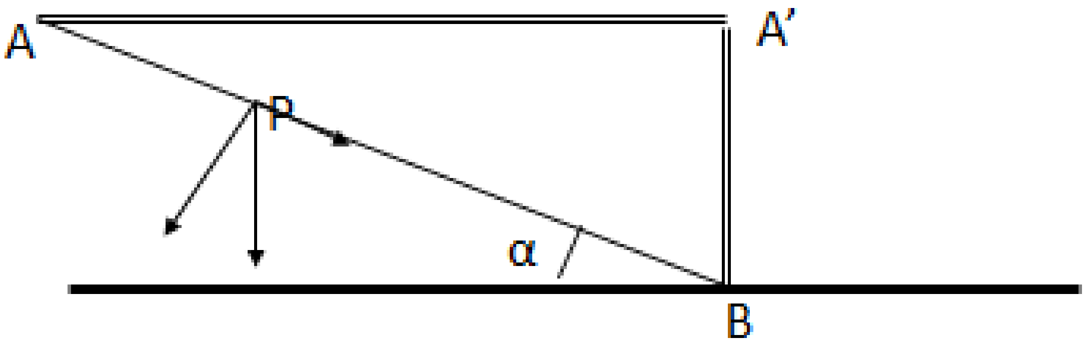
L= distância entre A e B sobre o plano inclinado: h= distância medida na vertical

Forças conservativas

São forças capazes de converter energia cinética em energia potencial e de fazer a conversão inversa

Características do trabalho realizado apenas por forças conservativas:
- É igual à diferença entre o valor inicial e final da função potencial
- É reversível
- É independente da trajetória do corpo, depende apenas do ponto inicial e do ponto final

Numa partícula simplesmente pesada, o trabalho da gravidade para a deslocar de A até B é:



$W_{A\to B} = mg \times sen(\alpha)\times L$ dado que $\mathrm{h} = \mathrm{L} \times \mathrm{sen}(\alpha)$ $W_{A\to B} = mg \times h$

$W_{A\to B} = U(A) - U(B) = mg(y_A - y_B) = mgh$ O que mostra a 1ª propriedade

Se fizer o percurso até B seguindo o caminho AA'+A'B tem-se:

$\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{A'}} = 0$ $\mathrm{W}_{\mathrm{A'}\to\mathrm{B}} = \mathrm{mg}\times\mathrm{h}$

O que permite concluir-se que o trabalho é igual se a partícula descer o pano inclinado sem atrito ou, se seguir um outro caminho, sendo uma função apenas da diferença da função potencial .