Quantidade de movimento ou momento linear
Sistemas materiais

Nota: As fotografias assinaladas com (1) foram retiradas do livro
(1) A. Bello, C. Portela e H. Caldeira "Ritmos e Mudança", Porto editora.
As restantes são retiradas de
Sears e Zemansky – Física I (12ª ed.) Pearson Education, São Paulo.

QUANTIDADE DE MOVIMENTO ou MOMENTO LINEAR

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$\vec{p} = m\vec{v}$ é a **quantidade de movimento ou momento linear**

A taxa de variação com o tempo da quantidade de movimento de uma partícula é igual à resultante das forças que sobre ela atuam

Como a equação é vetorial, na resolução dos problemas não utilizamos o vetor mas sim as suas componentes:

$$p_x = mv_x$$

$$p_y = mv_y$$

No movimento retilíneo utiliza-se apenas uma das equações.

A 2ª lei de Newton pode escrever-se, para um intervalo de tempo Δt, $\vec{F} = m \times \vec{a}_m$ considerando nesse intervalo a aceleração média

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta(\vec{v})}{\Delta t}$$

Consequentemente:

$$\vec{F} = m \times \vec{a}_m = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v})}$$

A $\vec{J} = \vec{F}\Delta t$ chama-se **vetor impulso**

fazendo $\Delta(m\vec{v}) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \quad e \quad \Delta t = t_2 - t_1$

resulta, por substituição na equação anterior

$$\vec{F}(t_2 - t_1) = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \qquad \vec{J}$$

$$\boxed{\vec{J} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1} \Rightarrow \boxed{\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1}$$

TEOREMA DO IMPULSO ou DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO – A variação da quantidade de movimento (momento linear) de uma partícula durante um determinado intervalo de tempo é igual ao impulso exercido pela resultante das forças atuantes durante o mesmo intervalo de tempo.

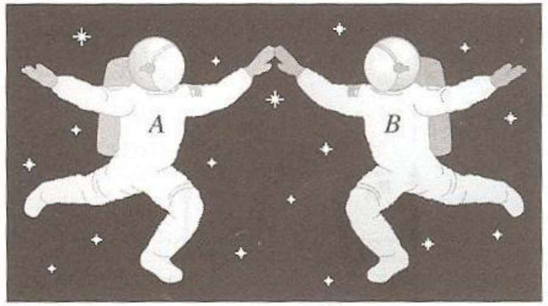
SISTEMAS MATERIAS

Um sistema material pode ser considerado como um conjunto de partículas com uma determinada massa (pontos materiais).

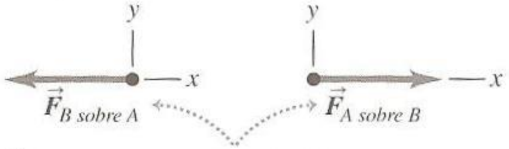
O sistema pode ser **discreto**, como por exemplo o sistema solar, admitindo que cada planeta é um ponto material, ou pode ser **contínuo**.

Designam-se ***forças interiores***, as forças exercidas entre si pelos vários pontos materiais que constituem o sistema. ***Forças exteriores*** são as forças resultantes de interações exteriores ao sistema. Um ***sistema isolado*** é um sistema material que está apenas sujeito à ação de forças interiores

O sistema mostrado na figura, constituído por dois pontos materiais (astronautas) é um sistema isolado, porque não está sujeito a mais nenhuma interação a não ser a que exercem um com o outro.



Nenhuma força externa atua sobre o sistema composto pelos dois astronautas, por isso seu momento linear total é conservado.



As forças que os astronautas exercem mutuamente formam um par de ação e reação.

Pela terceira lei de Newton a força que A exerce sobre B ($\vec{F}_{A/B}$) é igual e de sinal contrário à força que B exerce sobre A ($\vec{F}_{B/A}$). São um para ação reação.

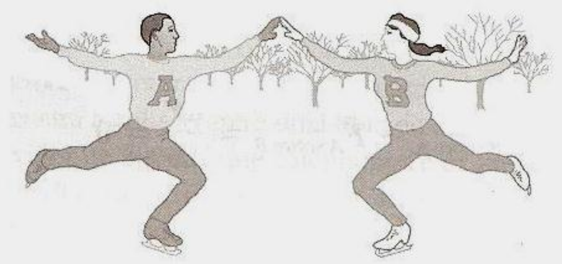
$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} \Rightarrow \vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{B/A} = 0 \qquad \vec{F}_{A/B} = \frac{d\ \vec{p}_A}{dt} \qquad \vec{F}_{B/A} = \frac{d\ \vec{p}_B}{dt}$$

$$\frac{d\ \vec{p}_A}{dt} + \frac{d\ \vec{p}_B}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\vec{p}_A + \vec{p}_B\right) = 0$$

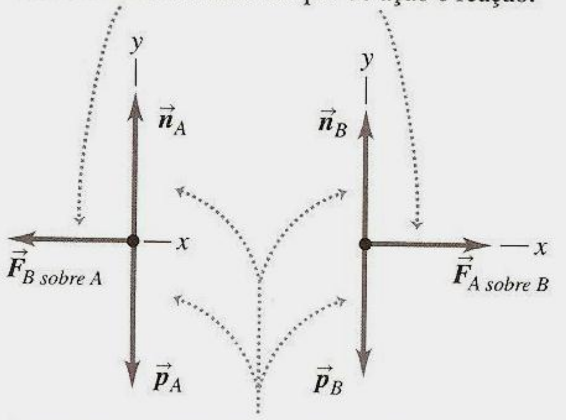
$$\boxed{\left(\vec{p}_A + \vec{p}_B\right) = const.}$$

Princípio da Conservação do Momento Linear : Quando a resultante das forças exteriores que atuam sobre um sistema material é nula (sistema isolado) o momento linear total do sistema permanece constante.

Note-se que este princípio é mais geral que o da conservação da energia, porque aquele é válido apenas quando as forças são conservativas.

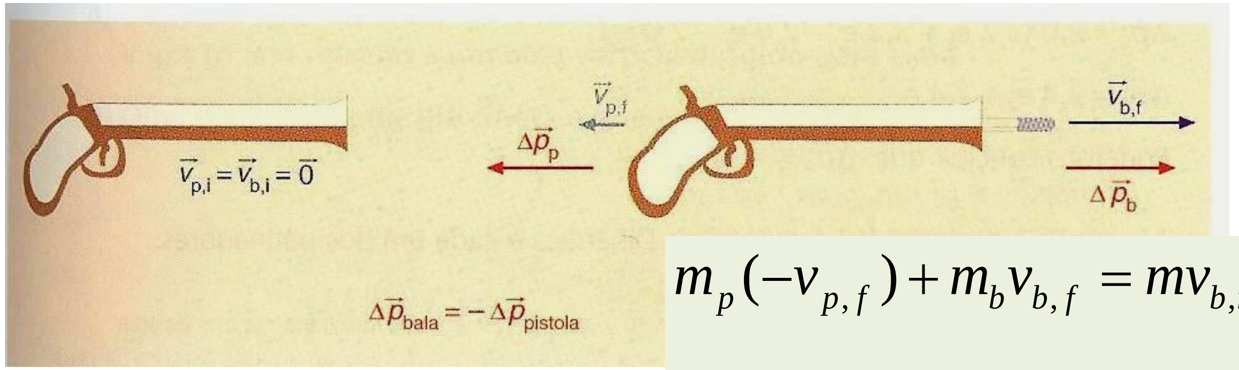


As forças que os patinadores exercem mutuamente formam um par de ação e reação.



Embora a força normal e a força gravitacional sejam externas, sua soma vetorial é igual a zero e o momento linear total se conserva.

Exemplo de aplicação: disparo de uma pistola



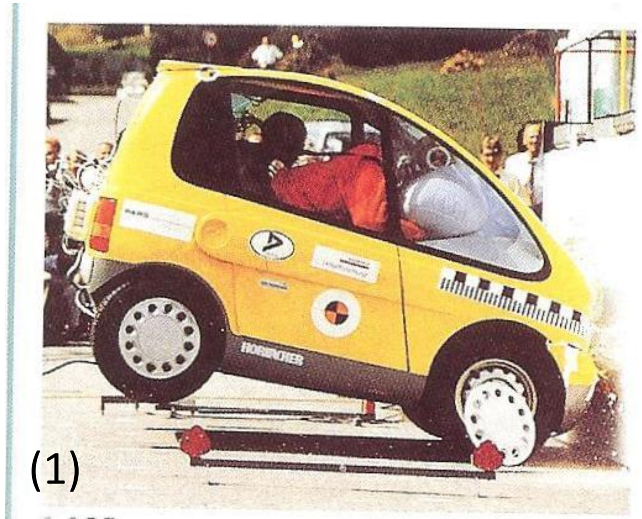
(1)

$$m_p(-v_{p,f}) + m_b v_{b,f} = m v_{b,i} + m_p v_{p,i}$$

$$m_b v_{b,f} = m_p v_{p,f} \Rightarrow v_{p,f} = v_{b,f}\,\frac{m_b}{m_p}$$

O recuo da pistola é função da relação entre a massa da pistola e da bala.

Nota: Na resolução deste problema utilizou-se o módulo do vetor, ao qual se atribui um sinal, em vez do vetor, porque os movimentos acontecem numa mesma linha reta. **Esta simplificação será sempre utilizada no movimento retilíneo**



(1)

COLISÕES

Utiliza-se o termo colisão quando existe uma interação vigorosa entre dois corpos com uma duração curta.

1. Colisão numa linha reta

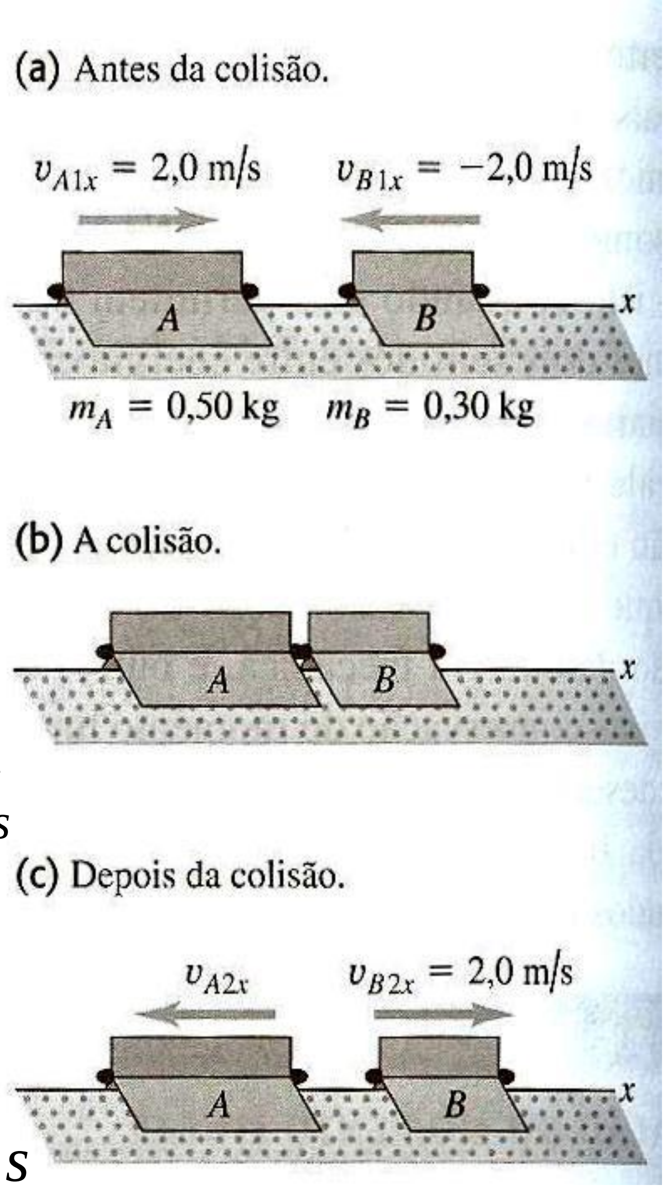
Quando as forças entre os corpos forem muito maiores do que as forças externas, como em geral acontece, podemos desprezar as forças exteriores e considerar o sistema isolado. Então existe conservação do momento linear na colisão

$$m_A\vec{v}_{A,1} + m_B\vec{v}_{B,1} = m_B\vec{v}_{B,2} + m_A\vec{v}_{A,2}$$

Como o movimento é retilíneo podemos utilizar a velocidade escalar, convencionando um sentido como positivo e o outro como negativo (da esquerda para a direita os valores de *v* consideram-se positivos) $v_{A1} = 2m/s; v_{B1} = -2m/s; v_{B2} = 2m/s$

$$m_A v_{A,1} + m_B v_{B,1} = m_A v_{A,2} + m_B v_{B,2}$$

$$\frac{m_A v_{A,1} + m_B v_{B,1} - m_B v_{B,2}}{m_A} \Rightarrow v_{A,2} = -0{,}4m/s$$



2. Colisão num plano horizontal

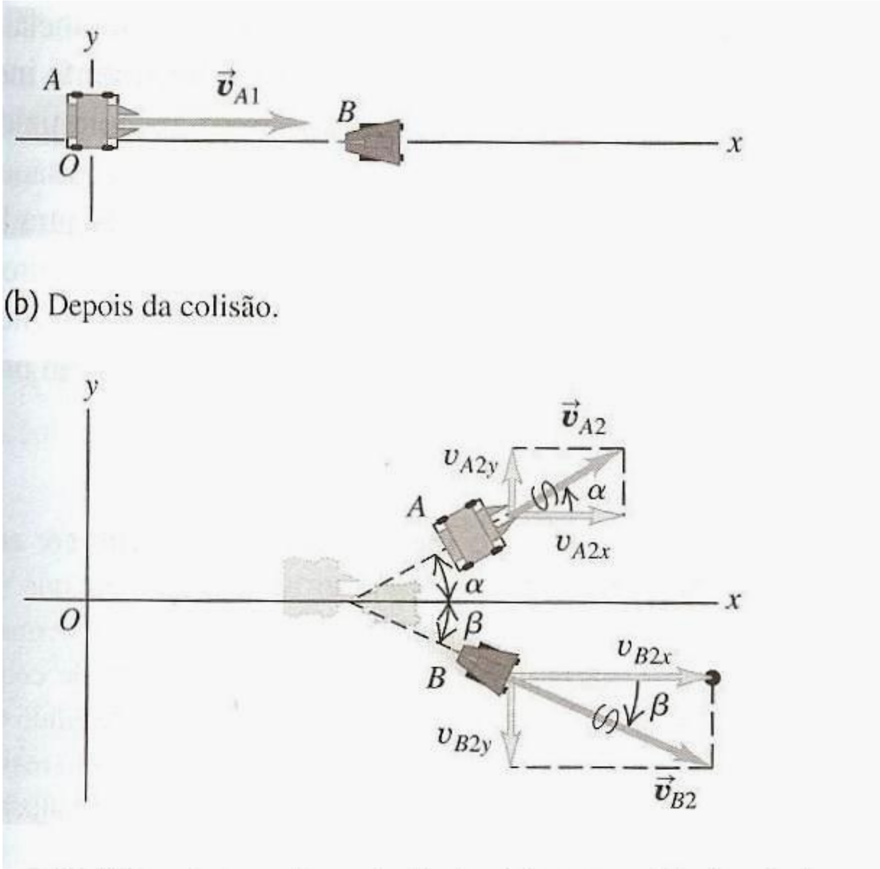
O momento linear do sistema antes da colisão é igual ao momento linear do sistema depois da colisão.

$$m_A\vec{v}_{A,1} + m_B\vec{v}_{B,1} = m_A\vec{v}_{A,2} + m_B\vec{v}_{B,2}$$

O problema resolve-se através de um sistema de 2 equações obtido pela igualdade das 2 componentes do momento linear

$$m_A v_{A,1x} + m_B v_{B,1x} = m_A v_{A,2x} + m_B v_{B,2x}$$

$$m_A v_{A,1y} + m_B v_{B,1y} = m_A v_{A,2y} + m_B v_{B,2y}$$

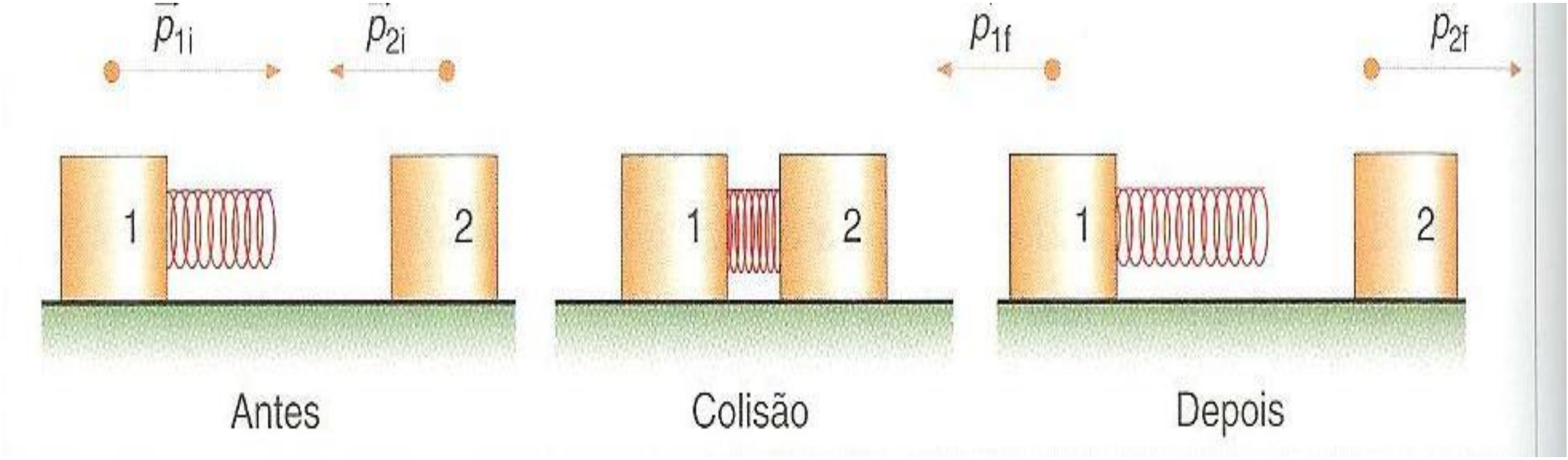


a 8.13 Vistas de topo das velocidades (a) antes e (b) depois da
).

3. A energia das colisões

a) Colisões elásticas

Quando as forças entre os corpos forem conservativas, de modo que nenhuma energia mecânica é perdida ou adquirida durante a colisão, A ENERGIA CINÉTICA TOTAL DO SISTEMA É A MESMA ANTES E DEPOIS DA COLISÃO



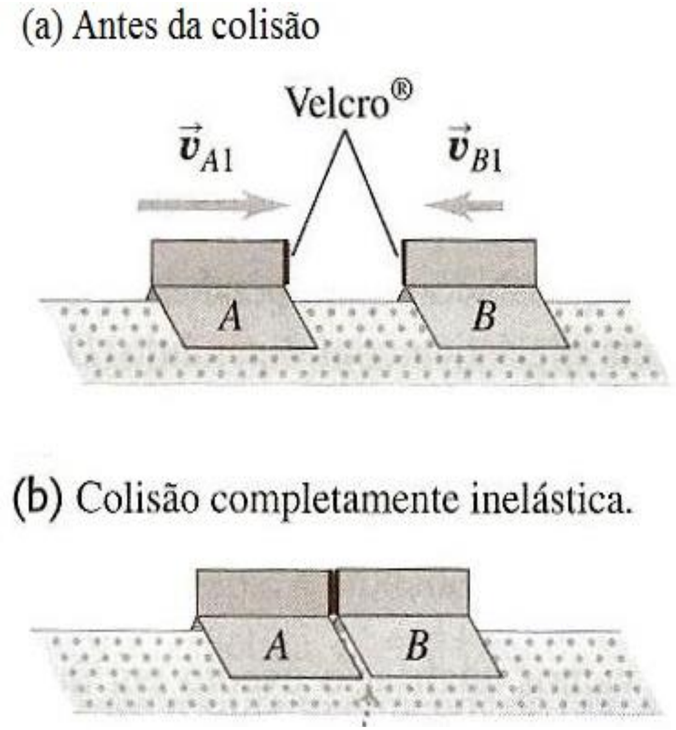
(1)

Durante a colisão, parte da energia cinética inicial transforma-se em energia potencial elástica que, depois da colisão se transforma de nova em energia cinética, de modo que a quantidade de movimento do ponto 2 quando volta à posição inicial é simétrica da que tinha quando partiu. Em consequência a energia cinética é a mesma.

b) Colisões completamente inelásticas

Nestas colisões há conservação do momento linear **mas a energia cinética diminui após a colisão**.
O princípio da conservação da quantidade de movimento permite escrever

$$m_A\vec{v}_{A,1} + m_B\vec{v}_{B,1} = (m_B + m_A)\vec{v}_{AB,2}$$

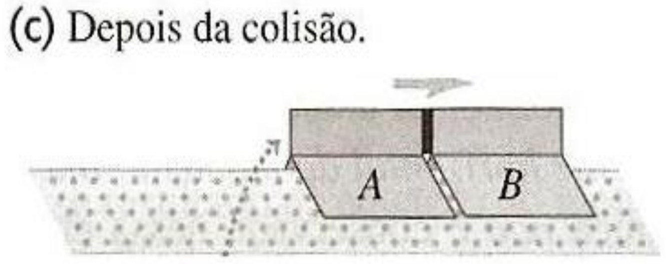


Os corpos ficam unidos

Como a colisão se dá numa reta tem-se, mantendo para a velocidade *v* a regra de sinais referida:

$$m_A v_{A,1} + m_B v_{B,1} = (m_B + m_A) v_{AB,2}$$

$$\frac{m_A v_{A,1} + m_B v_{B,1}}{(m_B + m_A)} = v_{AB,2}$$



Os corpos movimentam-se unidos

Para simplificar a demonstração considere- se que um corpo estava parado ($v_{B,1} = 0$). Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento:

$$m_A v_{A,1} = (m_B + m_A) v_{AB,2}$$

A energia cinética do sistema antes da colisão era:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_A v_{A,1}^2$$

A energia cinética do sistema depois da colisão, considerando $v_{AB2} = \dfrac{m_A v_{A,1}}{(m_B + m_A)}$

é:

$$K_2 = \frac{1}{2}(m_A + m_B) v_{AB2}^2 = \frac{1}{2}(m_A + m_B)\left[\frac{m_A v_{A,1}}{(m_A + m_B)}\right]^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}\frac{(m_A v_{A,1})^2}{(m_A + m_B)}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}\frac{(m_A v_{A,1})^2}{(m_A + m_B)}}{\frac{1}{2} m_A v_{A,1}^2} = \frac{m_A\ m_A v_{A,1}^2}{(m_A + m_B)\ m_A v_{A,1}^2} = \frac{m_A}{m_B + m_A}$$

O que mostra que $K_1 > K_2$, havendo portanto perda de energia cinética na colisão.

O **coeficiente de restituição** numa colisão frontal é o quociente entre a velocidade relativa de afastamento (após o choque) e a velocidade relativa de aproximação (antes do choque). Este coeficiente é adimensional e define-se como:

$$e = \frac{v_{rel.\,afastamento}}{v_{rel.\,aproximação}}$$

Nota: A velocidade relativa é calculada como a soma das velocidades quando têm sentidos opostos e a subtração delas quando têm o mesmo sentido.

Este coeficiente varia entre 0 e 1.
Colisões elástica: e=1, porque a vel. relativa de aproximação iguala à de afastamento
Colisões completamente inelásticas: e=0, porque a vel. relativa de afastamento é nula

Choques	Coeficiente de restituição (e)
Vidro com vidro	0,93
Chumbo com chumbo	0,20
Ferro com chumbo	0,12
Madeira com madeira	0,50
Marfim com marfim	0,90

Este coeficiente introduz mais uma equação relacionando as velocidades, o que permite resolver os problemas utilizando-a com a equação da conservação do momento linear.