**FORMULÁRIO** (Em "desespero" deve ser (2) ou (3). Ver também as relações trignométricas)

$Pf(x)$ **imediata ?**

**Não**

$Pf(x)$ **por partes ?**

$P(fg) = Fg - P(Fg')$

**Alguns exemplos** $f \times g$**:**

- $\sin, \cos, \exp \times$ polinómio
- $1 \times \ln$, arctg, sec, arcsin, arccos
- polinómio $\times$ ln, arctg, sec, arcsin, arccos
- $\exp \times \sin, \cos$ ("dá a volta")

**Não**

$f(x)$ **função racional ?**

$f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$

gr $P \geq$ gr $Q$

**Imprópria**

Divisão polinómios

$P \quad \underline{|\, Q}$

$\cdots \quad S$

$R$

$\dfrac{P}{Q} = S + \dfrac{R}{Q}$

**Polinómio**

Primitiva fácil

**própria**

**Própria**

gr $P <$ gr $Q$

Decompôr em frações simples

Factorizar $Q(x)$

Se aparece $(x-\alpha)^m$: $\alpha$ raíz real com multiplicidade $m$

Se aparece $x^2 + b$ com $b > 0$: duas raízes imaginárias $\pm i\sqrt{b}$

- $(x-\alpha)^m$ contribui com $m$ parcelas do tipo $\dfrac{A_1}{x-\alpha} + \underbrace{\dfrac{A_2}{(x-\alpha)^2} + \cdots + \dfrac{A_m}{(x-\alpha)^m}}$

$\downarrow (3)$ $A_1 \ln|x-\alpha|$

$\downarrow (2)$ Soma de potências...

**Método dos coeficientes indeterminados**

- $x^2 + b$ contribui com uma parcela do tipo $\dfrac{Bx+C}{x^2+b} = \dfrac{Bx}{x^2+b} + \dfrac{C}{x^2+b}$

$\dfrac{B}{2} P \dfrac{2x}{x^2+b}$

$\downarrow (3)$

$\dfrac{B}{2} \ln(x^2+b)$

$\dfrac{C}{b} P \dfrac{1}{(1/b)x^2+1}$

$\downarrow (18)$

$\ldots \operatorname{arctg}(\ldots)$

$Pf(x)$ **por substituição**

$Pf(x) = Pf(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t)\Big|_{t=\varphi^{-1}(x)}$

**Algumas substituições comuns:**

- $e^x = t,\ x = \ln t = \varphi(t),\ \varphi'(t) = \dfrac{1}{t}$
- $\sqrt{x} = t,\ x = t^2 = \varphi(t),\ \varphi'(t) = 2t$
- $\ln x = t,\ x = e^t = \varphi(t),\ \varphi'(t) = e^t$
- $x = \sin t = \varphi(t),\ \varphi'(t) = \cos t,\ t = \arcsin x = \varphi^{-1}(x)$