

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

2º Teste de Álgebra Linear (A)

18 de dezembro de 2015 - Duração 1h30

Número:

Nome:

Turma:

- [4v] 1. Seja $V = \{(x, y, z) : x - y + 2z = 0\}$ e $b = (4, 0, 1)$.
- a) Indique a dimensão de V^\perp e descreva-o geometricamente.
 - b) Determine uma base ortogonal de V .
 - c) Determine o vetor de V mais próximo de b e diga qual a distância de b a V .
 - d) Justifique que não existe um vetor $u \in \mathbb{R}^3$ de norma 3 tal que $\text{proj}_V(u) = \text{proj}_V(b)$.

- [3v] 2. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.
- a) Calcule os valores próprios de A indicando as respectivas multiplicidades algébricas.
 - b) Determine um vetor próprio de A .
 - c) Será a matriz $A - I$ invertível? Justifique.
 - d) Calcule $\det(A^4 - A^3)$.

- [3v] 3. Para rentabilizar uma floresta vão ser criadas, quer zonas multiuso para recreio e produção de madeira, quer zonas de reserva natural apenas para recreio. A floresta tem 1600 ha de terreno de produtividade elevada e 2400 ha de terreno de produtividade baixa. As quantidades esperadas de produtos florestais estão descritas na tabela

	Terreno de produtividade elevada		Terreno de produtividade baixa	
	Zona multiusos	Reserva natural	Zona multiusos	Reserva natural
Madeira (m ³ /ha/ano)	35		12	
Sedimentos (m ³ /ha/ano)	1,2	0,6	0,6	0,3
Recreio (vd/ha/ano)	2,5	10	1,5	6

Pretende-se determinar a área a destinar às diferentes zonas de acordo com o tipo de terreno de forma a maximizar o recreio, isto é, o número de visitantes-dia (vd), produzindo pelo menos 14000 m³ de madeira e não mais do que 2000 m³ de sedimentos.

- a) Formule o problema em programação linear atribuindo significado às variáveis.
- b) Escreva o problema na forma *standard*.
- c) Considere a opção que: utiliza todo o terreno, não afeta terreno de produtividade baixa à zona multiusos e produz exatamente 14000 m³ de madeira.
 - i) Indique os valores das variáveis definidas em a) correspondentes a esta opção.
 - ii) Justifique que esta opção corresponde a um vértice da região admissível.