

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

Teste (A) de Álgebra Linear

4 de novembro de 2016 - Duração 1h30

Número:

Nome:

Turma:

[4v] 1. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & -1 \\ \alpha & -1 & \alpha \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = [u_1 | u_2 | u_3]$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

- a) Discuta o sistema $Ax = b$ para todos os valores dos parâmetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
- b) Indique, justificando, para que valores de α
 - i) O ângulo formado entre u_2 e u_3 é $\frac{\pi}{3}$.
 - ii) $\{u_1, u_2, u_3\}$ é linearmente independente.
 - iii) $(0, 1, 1) \in \mathcal{N}(A)$.
- c) Para $\alpha = 0$ determine X tal que $AX = 2I$, onde I denota a matriz identidade de ordem conveniente.

[5v] 2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ e $u = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

- a) Indique uma base e a dimensão de $\mathcal{C}(A)$
- b) Justifique que $u \in \mathcal{C}(A)$ e escreva-o como combinação linear das colunas de A .
- c) Indique um vetor não nulo de $\mathcal{C}(A)$ que seja ortogonal a u .
- d) Descreva, analítica e geometricamente, $\mathcal{N}(A)$.

[1v] 3. Sejam A uma matriz quadrada de ordem n tal que $AA^T = I$, sendo I a matriz identidade de ordem n , e $b \in \mathbb{R}^n$. Classifique o sistema $Ax = b$ e indique o respetivo conjunto solução.