

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

2ª Chamada de Álgebra Linear
31 de janeiro de 2017 - Duração: 2h

[8v] 1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \alpha \\ \alpha & 1 & 2\alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [v_1 | v_2 | v_3]$ e $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \beta \end{bmatrix}$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

- a) Discuta o sistema $Ax = b$ para todos os valores de α e β .
No que segue considere $\alpha = 2$.
- b) Indique para que valores de β o vetor $b \in \mathcal{C}(A)$ e escreva-o como combinação linear de v_1, v_2 e v_3 .
- c) Calcule $v_1 \times v_2$.
- d) Indique uma base ortogonal de \mathbb{R}^3 que contenha uma base de $\mathcal{C}(A)$.
- e) Calcule os valores próprios de A .
- f) Mostre que $(0, 2, 1)$ é vetor próprio de A .

[8v] 2. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [u_1 \ u_2 \ u_3]$ e $b = (-2, 2, -1, 3) \in \mathbb{R}^4$.

- a) Calcule o ângulo entre u_1 e u_2 .
- b) Defina $\mathcal{C}(A)$ analiticamente.
- c) Indique uma base e a dimensão de $\mathcal{C}(A)$.
- d) Determine um vetor unitário ortogonal a $\mathcal{C}(A)$.
- e) Calcule $\text{proj}_{\mathcal{C}(A)}(b)$.
- f) Indique, justificando, um vetor de $c \in \mathbb{R}^4$ tal que $\text{proj}_{\mathcal{C}(A)}(c) = \text{proj}_{\mathcal{C}(A)}(b)$ e cuja distância a $\mathcal{C}(A)$ seja 1.
- g) Determine um vetor não nulo de $\mathcal{C}(A)$ ortogonal a b .

[4v] 3. A totalidade dos resíduos produzidos por duas cidades, A e B, são enviados para duas incineradoras, E e F. As quantidades de resíduos produzidos e as distâncias entre as cidades e as incineradoras estão na tabela seguinte:

Cidade	Quantidade de resíduos (t/dia)	Distância às incineradoras (km)	
		E	F
A	500	30	20
B	400	36	42

Transportar uma tonelada de resíduos custa 2€/km. As capacidades das incineradoras e os custos de incineração estão na tabela seguinte:

Incineradora	Capacidade (t/dia)	Custo de incineração
		(€/t)
E	500	40
F	600	30

Pretende-se determinar o plano diário de transporte dos resíduos, das cidades para as incineradoras, que minimize o custo total com o transporte e a incineração.

- a) Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis.
- b) Escreva o problema na forma *standard*, atribuindo significado às variáveis de folga.
- c) Considere a opção de as incineradoras E e F receberem 400t e 500t de resíduos por dia, respetivamente. Indique, justificando, um plano de transporte admissível que satisfaz esta opção e não corresponde a um vértice da região admissível.