

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

2º teste de Álgebra Linear (A)

15 de dezembro de 2017 - Duração: 1h30m

Número:

Nome:

Turma:

[4.5v] 1. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $b = (0, 1, 1, 0) \in \mathbb{R}^4$.

- Defina $\mathcal{C}(A)^\perp$.
- Indique uma base ortogonal para $\mathcal{C}(A)$.
- Determine o vetor de $\mathcal{C}(A)$ mais próximo de b .
- Calcule a distância de b a $\mathcal{C}(A)$.
- Indique um vetor de \mathbb{R}^4 que não pertença a $\mathcal{C}(A)$, cuja projeção ortogonal sobre $\mathcal{C}(A)$ seja $(2, 1, 0, 1)$.

[2.5v] 2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & -2 \\ 2 & \alpha - 2 & 1 \end{bmatrix} = [v_1 | v_2 | v_3]$.

- Para que valores de α :
 - A matriz A é invertível.
 - $v_1 \times v_2$ tem norma 2.
 - $(-2, 1, 2)$ é vetor próprio de A e indique o valor próprio correspondente.
- Considerando $\alpha = 1$, determine os valores próprios de A e indique as respetivas multiplicidades algébricas.

- [3v] 3. Um agricultor dispõe de 500 hectares de terra, 1500 horas de trabalho familiar e 120000 euros de capital de investimento para cultivar milho, trigo e soja. O milho deve ocupar pelo menos 100 ha. A tabela seguinte apresenta, para cada cultura, a receita, o custo e os requisitos de mão-de-obra.

Cultura	Receita (€/ha)	Custo (€/ha)	Mão-de-obra (horas/ha)
Milho	780	650	8
Trigo	770	500	7
Soja	720	550	8

O agricultor pretende determinar a área a destinar a cada cultura de forma a maximizar o lucro (receita - despesa) resultante da produção.

- Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis.
- Escreva o problema na forma *standard* atribuindo significado às variáveis de folga.
- Verifique que a opção de cultivar 100 ha de milho e não cultivar trigo e soja corresponde a um vértice da região admissível.
- Justifique que a opção anterior não é uma solução ótima do problema.