

# ESTATÍSTICA E DELINEAMENTO

## FORMULÁRIO

Descrição	Fórmula
<b>Regressão Linear Simples</b>	
Covariância	$cov_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
Estimador do declive da recta	$\hat{\beta}_1 = \frac{Cov_{xy}}{s_x^2} = \sum_{i=1}^n c_i Y_i, \quad \text{com } c_i = \frac{x_i - \bar{x}}{(n-1)s_x^2}.$
Estimador da ordenada na origem	$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = \sum_{i=1}^n d_i Y_i, \quad \text{com } d_i = \frac{1}{n} - \frac{(x_i - \bar{x})\bar{x}}{(n-1)s_x^2}.$
Variância do estimador do declive	$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{(n-1)s_x^2}.$
Variância do estimador da ordenada na origem	$Var(\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \cdot \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{(n-1)s_x^2} \right).$
Covariância entre os estimadores	$COV(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = -\frac{\bar{x}\sigma^2}{(n-1)s_x^2}.$
Intervalo de predição a $(1 - \alpha) \times 100\%$ para observação individual de $Y$ , dado $X=x$ :	$\left[ (b_0 + b_1x) - t_{\frac{\alpha}{2}; n-2} \cdot \sqrt{QMRE} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{(n-1)s_x^2} \right], \right. \\ \left. (b_0 + b_1x) + t_{\frac{\alpha}{2}; n-2} \cdot \sqrt{QMRE} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{(n-1)s_x^2} \right] \right].$
Valor do efeito alavanca	$h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2}$
<b>Propriedades de Matrizes</b>	$(\mathbf{A} - \mathbf{B})^t = \mathbf{A}^t - \mathbf{B}^t \quad (\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t \quad (\mathbf{A}^t)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^t$
<b>Propriedades da Multinormal</b>	Se $\mathbf{W} \cap \mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ , $\mathbf{a}$ vector $k \times 1$ (não aleatório) e $\mathbf{C}$ matriz $k \times n$ (não aleatória, de característica $k$ ) então $\mathbf{CW} + \mathbf{a} \cap \mathcal{N}_k(\mathbf{C}\boldsymbol{\mu} + \mathbf{a}, \mathbf{C}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{C}^t)$
<b>Regressão Linear Múltipla</b>	
Modelo	$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}$
Vector dos estimadores dos parâmetros	$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{Y}.$
Matriz de projecção ortogonal	$\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t.$
Vector dos valores estimados de $Y$	$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{H}\mathbf{Y}.$
Matriz de variância-covariâncias dos estimadores $\beta_i$	$Var(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2 \cdot (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1}.$
Distribuição dos resíduos	$E_i \cap \mathcal{N}(0, \sigma^2 \cdot (1 - h_{ii})) \text{ com } h_{ii} = \mathbf{H}_{(i,i)}.$
AIC (Critério de Informação de Akaike)	$AIC = n \ln \left( \frac{SQRE_k}{n} \right) + 2(k+1).$
IC a $(1 - \alpha) \times 100\%$ para combinações lineares dos parâmetros: $\mathbf{a}^t \boldsymbol{\beta} = \sum_{i=0}^p a_i \beta_i$ .	$\left[ \mathbf{a}^t \mathbf{b} - t_{\frac{\alpha}{2}; n-(p+1)} \cdot \hat{\sigma}_{\mathbf{a}^t \hat{\boldsymbol{\beta}}}, \mathbf{a}^t \mathbf{b} + t_{\frac{\alpha}{2}; n-(p+1)} \cdot \hat{\sigma}_{\mathbf{a}^t \hat{\boldsymbol{\beta}}} \right].$ com $\hat{\sigma}_{\mathbf{a}^t \hat{\boldsymbol{\beta}}} = \sqrt{QMRE} \cdot \mathbf{a}^t (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{a}.$
Teste aos Modelos Encaixados (teste $F$ parcial)	$F = \frac{(SQRE_s - SQRE_c)/(p-k)}{(SQRE_c)/(n-(p+1))}.$
Resíduos (internamente) estandardizados	$R_i = \frac{E_i}{\sqrt{QMRE \cdot (1-h_{ii})}}$
Distância de Cook	$D_i = R_i^2 \cdot \left( \frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right) \cdot \frac{1}{p+1}$
$R^2$ modificado	$R_{mod}^2 = 1 - \frac{QMRE}{QMT}$

Descrição	Fórmula
<b>ANOVA</b>	
<b>Modelo</b>	<b>Estimadores, Resíduos e SQs</b>
<u>Um factor</u>	$\hat{\mu}_1 = \bar{Y}_1.$ $\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_1. \quad ; \quad SQF = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$ $E_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} \quad ; \quad SQRE = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2$
<u>Dois factores, com interacção</u>	$\hat{\mu}_{11} = \bar{Y}_{11}.$ $\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i1.} - \bar{Y}_{11.}$ $\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{1j.} - \bar{Y}_{11.}$ $(\hat{\alpha}\hat{\beta})_{ij} = (\bar{Y}_{ij.} + \bar{Y}_{11.}) - (\bar{Y}_{i1.} + \bar{Y}_{1j.})$ $\hat{V}[\hat{\alpha}_i] = QMRE \left( \frac{1}{n_{i1}} + \frac{1}{n_{11}} \right)$ $\hat{V}[\hat{\beta}_j] = QMRE \left( \frac{1}{n_{1j}} + \frac{1}{n_{11}} \right)$ $\hat{V}[(\hat{\alpha}\hat{\beta})_{ij}] = QMRE \left( \frac{1}{n_{ij}} + \frac{1}{n_{11}} + \frac{1}{n_{1j}} + \frac{1}{n_{i1}} \right)$ $E_{ijk} = Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.}$ $SQRE = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (n_{ij} - 1) S_{ij}^2$ (para delineamentos equilibrados, $n_c$ obs. por célula) $SQA = b n_c \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2$ (para delineamentos equilibrados, $n_c$ obs. por célula) $SQB = a n_c \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2$ $T = \frac{\bar{Y}_{ij.} - \mu_{ij} _{H_0}}{\sqrt{QMRE/n_{ij}}} \cap t_{n-ab}$ <b>Outras fórmulas</b> <u>Testes de Tukey</u> ( $n_c$ repetições em cada um de $m$ níveis/células) $q_{\alpha(m,\nu)} \sqrt{QMRE/n_c}$ (com $\nu = gl(SQRE)$ ).  <u>Teste de Bartlett</u> ( $m$ níveis/células) $K^2 = \frac{(n-m) \ln QMRE - \sum_i \left[ \sum_j \right] (n_{i[j]} - 1) \ln S_{i[j]}^2}{C} \sim \chi_{m-1}^2$ onde $C = 1 + \frac{1}{3(m-1)} \left( \sum_i \left[ \sum_j \right] \frac{1}{n_{i[j]} - 1} - \frac{1}{n-m} \right)$ [...] indica que pode ou não ser preciso