Matemática II

Exercícios de Probabilidade

Fernanda Valente, Maria João Martins e Marta Mesquita

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

- 2014/2015 -

II - FUNDAMENTOS DE PROBABILIDADE: revisões

1. Sejam A e B acontecimentos de um espaço de resultados Ω. Utilizando A e/ou B escreva uma expressão que represente cada um dos seguintes acontecimentos:
   (a) Não se realizar A.
   (b) Realizar-se pelo menos um dos acontecimentos A ou B.
   (c) Realizarem-se os acontecimentos A e B.
   (d) Realizar-se um e um só dos acontecimentos A ou B.
   (e) Não se realizar algum dos acontecimentos A ou B.
   (f) Realizar-se no máximo um dos acontecimentos A ou B.

2. Considere o espaço de resultados associado à observação do tempo de vida de uma lâmpada (t em centenas de horas) e os acontecimentos

$$A = \{t : t > 15\} \quad B = \{t : 2 < t < 10\} \quad C = \{t : t < 12\}$$

   Caracterize os seguintes acontecimentos:

   (a) $B \cup C$ (b) $B \cap C$ (c) $A \cup B$ (d) $A \cap B$ (e) $A \cap \overline{B}$
   (f) $(A \cup B) \cap \overline{C}$ (g) $\overline{A} \cup (B \cap C)$.

3. As cavidades nos troncos das árvores são importantes locais de nidificação para muitos animais. Estas cavidades são mais frequentes em árvores velhas do que em árvores jovens. Um estudo num Parque Natural revelou que 25% das árvores desse Parque têm cavidades, 75% são árvores velhas e 21% são árvores velhas com cavidades. Escolhida uma árvore ao acaso nesse Parque Natural, calcule a probabilidade de:
   (a) a árvore não ter cavidades.
   (b) a árvore ser velha ou ter cavidades.
   (c) a árvore ter cavidades, sabendo que é uma árvore velha.
   (d) a árvore não ter cavidades, sabendo que é uma árvore velha.
   (e) a árvore ter cavidades, sabendo que não é uma árvore velha.

4. Considere os acontecimentos aleatórios A e B de um espaço de resultados Ω.
   (a) Defina:
      i. "A e B são acontecimentos independentes";
      ii. "A e B são acontecimentos mutuamente exclusivos".
   (b) Prove que se A e B são independentes, então $\overline{A}$ e B também são independentes.
   (c) Prove que se A e B são independentes e $P(A) \neq 0$ e $P(B) \neq 0$ então A e B não são mutuamente exclusivos.
   (d) Prove que se $P(B) \neq 0$, então $P(\overline{A}|B) = 1 - P(A|B)$.

5. Uma região de paisagem protegida tem 70% de afloramentos rochosos e 30% de solo adequado à germinação de sementes. Admita que a disseminação de sementes é feita de forma aleatória em toda a área da região.

(a) Qual é a probabilidade de uma semente cair num afloramento rochoso?

(b) Se duas sementes forem disseminadas de forma independente, qual é a probabilidade de ambas caírem num local com solo adequado à germinação?

(c) Considere que três sementes são dispersas aleatoriamente e de forma independente nessa região. Determine a probabilidade de exactamente duas dessas três sementes caírem num afloramento rochoso.

6. Um estudo revelou que a probabilidade de uma pessoa lavar as mãos após ter utilizado o WC é 0.74 se for homem ou 0.83 caso seja mulher (dados apresentados num comunicado à impressa pela *American Society for Microbiology* - `www.asm.org`). Considere uma sala contendo 40 homens e 60 mulheres e admita que qualquer uma destas pessoas tem igual intenção de utilizar o WC. Qual é a probabilidade de a próxima pessoa a ir ao WC lavar as mãos?

7. Uma semente é transportada ao acaso pelo vento num habitat complexo, podendo cair em três tipos de solo com diferentes probabilidades de germinação: 0.8 num solo de qualidade elevada, 0.3 num de qualidade intermédia e 0.1 num solo incipiente. Sabe-se que estes três tipos de solos estão presentes neste habitat na proporção de 20:30:50, respectivamente.

   (a) Admitindo que a semente caiu no solo deste habitat, determine a probabilidade de ela germinar.

   (b) Considere agora que em 20% dos casos a semente se torna inviável (seca) antes de cair no solo. Calcule nestas condições a probabilidade da semente germinar ao cair no solo deste habitat.

8. Numa dada região, a probabilidade de chover num dia de Inverno, de Primavera, de Verão ou de Outono é de 0.78, 0.38, 0.05, 0.53, respectivamente. Considere que, num ano, cada estação tem igual duração.

   (a) Determine a probabilidade de chover num dia escolhido ao acaso nessa região.

   (b) Sabendo que nessa região choveu num determinado dia, calcule a probabilidade de ser um dia de Inverno.

9. A execução de um projecto de construção de um jardim no tempo programado está relacionada com os seguintes acontecimentos:

   A – "preparação do terreno executada a tempo"
   B – "sementeira/plantação executada a tempo"
   C – "arranjos finais executados a tempo"

   supostos independentes e com probabilidades iguais a, respectivamente, 0.8, 0.7 e 0.9. Calcule a probabilidade de:

   (a) o jardim ser terminado no tempo previsto, devido ao cumprimento dos prazos nas três actividades referidas.

   (b) o prazo de execução ser cumprido para a preparação do terreno e não ser cumprido em pelo menos uma das outras actividades.

II - FUNDAMENTOS DE PROBABILIDADE: variáveis aleatórias e modelos

10. Considere a experiência aleatória que consiste no lançamento de dois dados e a variável aleatória X que representa a soma dos resultados dos dois dados.

    (a) Caracterize a v.a. X, indicando a respectiva função massa de probabilidade.

    (b) Determine

    i. $P[X < 4]$ ii. $P[X \leq 4]$ iii. $P[2 < X \leq 3]$ iv. $P[2 < X < 3]$ v. $P[X > 2]$

    (c) Determine a função distribuição cumulativa de X, F.

    (d) Represente graficamente a função massa de probabilidade e a função distribuição cumulativa.

    (e) Repita a alínea (b) utilizando a função F.

11. Seja X a variável aleatória que representa o tempo de vida de uma lâmpada (em centenas de horas) com função densidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0.1e^{-0.1x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

    (a) Mostre que f é uma função densidade de probabilidade.

    (b) Determine a probabilidade de a lâmpada durar:

    i. menos de 300 h; ii. exactamente 525 h; iii. entre 300 e 600 h;
    iv. mais de 1000 h.

    (c) Determine a função distribuição cumulativa de X, F.

    (d) Repita a alínea (b) utilizando a função F.

12. Três sementes de alfarrobeira são semeadas num vaso. Admita que a probabilidade de germinação de uma semente desta espécie é 0.17 e que a germinação das três sementes é independente. Seja X a variável aleatória que representa o número de sementes que germinam nesta experiência.

    (a) Construa a distribuição de probabilidades de X e represente-a graficamente.

    (b) Determine a função distribuição cumulativa de X e faça a sua representação gráfica.

    (c) Calcule $P(1 \leq X \leq 2)$.

    (d) Determine o valor médio e a variância de X.

13. O número de projectos encomendados mensalmente a um gabinete de arquitectura é descrito por uma variável aleatória X com a seguinte função distribuição cumulativa

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 0.015 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0.26 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0.685 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0.93 & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

    (a) Determine a função massa de probabilidade da v.a. X.

(b) Calcule a probabilidade de serem encomendados pelo menos 3 projectos num mês.

(c) Se a dada altura do mês já foram encomendados dois projectos, qual a probabilidade de serem encomendados pelo menos 3 projectos nesse mês?

(d) Sabendo que num dado mês este gabinete só pode aceitar 2 projectos, determine a distribuição da variável aleatória que representa o número de projectos recusados nesse mês.

14. O número de unidades de um produto procuradas diariamente pelos clientes de uma empresa é uma variável aleatória X com a seguinte função massa de probabilidade

$$p_i = P(X = i) = \frac{1}{5}, \quad i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Se o produto é vendido até ao fim do dia proporciona um lucro de 5 euros por unidade; se não é deve ser inutilizado, o que corresponde a um prejuízo de 4 euros por unidade.

(a) Determine a função distribuição cumulativa de X e represente-a graficamente.

(b) Calcule o valor esperado e a variância de X.

(c) Se no início de cada dia existirem 4 unidades de produto, determine o valor esperado e a variância do lucro líquido diário.

(d) Repita a alínea anterior admitindo que existem $n \geq 4$ unidades de produto no início de cada dia.

15. Admita que, para cada unidade curricular com aulas de 2.5 horas, o tempo de permanência (em horas) de um aluno numa aula é uma variável aleatória com a seguinte função densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{5}(1 - \frac{2}{5}x) & \text{se } 0 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ 0 & \text{outros valores de } x. \end{cases}$$

(a) Qual a probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, assistir a mais de 80% da aula?

(b) Qual o tempo médio de permanência de um aluno numa aula?

(c) Determine o desvio padrão do tempo de permanência de um aluno numa aula.

(d) Determine o tempo t tal que 90% dos alunos permanecem na aula menos de t horas.

(e) Sabendo que um aluno permanece na aula pelo menos 1 hora, qual é a probabilidade de ele permanecer no máximo 2 horas.

16. Suponha que o desvio relativo do custo de uma obra pública relativamente ao valor orçamentado no projecto é uma variável aleatória contínua X com a seguinte função distribuição cumulativa

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < -\frac{1}{5} \\ \frac{5}{2}x^2 + x + a & \text{se } -\frac{1}{5} \leq x < 0 \\ -\frac{5}{18}x^2 + x + b & \text{se } 0 \leq x < \frac{9}{5} \\ c & \text{se } x \geq \frac{9}{5} \end{cases}$$

(a) Determine a, b e c.

(b) Determine a função densidade de probabilidade de X.

(c) Calcule o valor médio e a mediana de X e interprete, no contexto do problema, os valores obtidos.

(d) Calcule a probabilidade do custo da obra ser superior ao que foi orçamentado em pelo menos 50%.

17. Uma loja de artigos desportivos vende máquinas de musculação e bicicletas. Sejam X e Y v.a.s que representam, respectivamente, o número de máquinas de musculação e o número de bicicletas que esta loja vende por semana. A distribuição de probabilidades conjunta do par (X, Y) é

X \ Y	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
2	0.005	0.02	0.025	0.035	0.01	0.005
3	0.01	0.04	0.05	0.07	0.02	0.01
4	0.02	0.08	0.1	0.14	0.04	0.02
5	0.0125	0.05	0.0625	0.0875	0.025	0.0125
6	0.0025	0.01	0.0125	0.0175	0.005	0.0025

(a) Calcule a probabilidade de, numa semana escolhida ao acaso, a loja vender 4 máquinas de musculação e 10 bicicletas.

(b) Obtenha as funções massa de probabilidade marginais de X e de Y.

(c) Determine a função distribuição cumulativa de X e represente-a graficamente.

(d) Determine o valor esperado e a variância do número de máquinas de musculação vendidas por semana?

(e) Determine a probabilidade de o número de máquinas de musculação vendidas numa semana ser superior a 5 sabendo que se vai vender pelo menos 10 bicicletas.

(f) Averigúe se as vendas semanais de máquinas de musculação e de bicicletas são independentes.

(g) Calcule a covariância e o coeficiente de correlação entre X e Y.

(h) Determine a função massa de probabilidade do número total de máquinas de musculação e bicicletas vendidas nesta loja por semana.

18. Sejam $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variáveis aleatórias independentes, com valor médio e variância comuns, $E[X_i] = \mu$ e $Var[X_i] = \sigma^2$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Considere a variável aleatória definida por

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad \text{(média amostral)}$$

Determine em função dos parâmetros μ e σ:

(a) o valor esperado de $\sum_{i=1}^{n} X_i$ e de $\overline{X}$;

(b) a variância de $\sum_{i=1}^{n} X_i$ e de $\overline{X}$.

19. Um inquérito é enviado a 20 munícipes (escolhidos aleatoriamente) de uma nova freguesia. Admitindo que a taxa de resposta nesta freguesia é de 25% , determine:

(a) A probabilidade de

i. ninguém responder;
ii. responderem exactamente 2 pessoas;
iii. a maioria das pessoas responderem;
iv. responderem menos de 5 pessoas.

(b) O número esperado de inquéritos respondidos.

20. Considere que a probabilidade de um aluno responder correctamente a uma pergunta é 0.7 e que a resposta a perguntas diferentes é independente. Seja X a variável aleatória que representa o número de respostas correctas num teste com 15 questões.

    (a) Identifique, justificando, o modelo de probabilidade de X.

    (b) Calcule a probabilidade de o aluno responder correctamente a:
    i. 8 questões, ii. pelo menos 10 questões, iii. no máximo a 5 questões.

    (c) Calcule a probabilidade de o número de respostas correctas ser superior ao número de respostas incorrectas.

    (d) Calcule a probabilidade de o número de respostas correctas ser mais do dobro do número de respostas incorrectas.

21. O número de pessoas que ocorrem por hora ao serviço de atendimento ao público de uma Câmara Municipal segue uma distribuição de Poisson com parâmetro 1.2. O serviço funciona das 9 às 16 horas e atende no máximo 25 pessoas por dia.

    (a) Qual a probabilidade de, numa dada hora, chegarem 4 pessoas a este serviço de atendimento?

    (b) Qual o número esperado de pessoas que ocorrem por hora a este serviço?

    (c) Qual o número mais provável de pessoas que ocorrem por hora a este serviço?

    (d) Admitindo que o número de pessoas que ocorrem em horas distintas é independente,

        i. qual a probabilidade de entre as 10 e as 12 horas chegarem pelo menos 5 pessoas?

        ii. qual a proporção de dias em que ficam pessoas por atender?

22. A distribuição espacial de uma dada espécie vegetal pode ser avaliada através do número de plantas que ocorrem em pequenas unidades espaciais, escolhidas aleatoriamente na região que se pretende estudar. Um trabalho efectuado numa dada região, mostrou que o número de exemplares observados da espécie *Ilex aquifolium* (azevinho) em quadrados de 10m $\times$ 10m, era bem modelado por uma distribuição de Poisson com média 0.6.

    (a) Qual é a probabilidade de encontrar 2 exemplares de azevinho num quadrado de 10m $\times$ 10m, escolhido ao acaso nesta região?

    (b) Sabendo que se pretende estabelecer nesta região uma reserva de integral com 1ha,

        i. determine a probabilidade de encontrar 50 exemplares desta espécie;

        ii. quantos exemplares desta espécie se espera encontrar? Justifique.

23. A duração de pequenos anúncios (entre 5 e 12 segundos) numa cadeia de televisão pode considerar-se uma v.a. X com distribuição uniforme.

    (a) Indique a função densidade de probabilidade de X.

    (b) Determine a probabilidade de um pequeno anúncio ter duração superior a 7 segundos.

    (c) Calcule a probabilidade de um pequeno anúncio durar mais de 6 segundos sabendo que não demora mais do que 10 segundos.

    (d) Calcule a média e o desvio padrão da duração de pequenos anúncios.

(Adaptado de Murteira *et al.*, 2002)

24. Admita que a temperatura média diária do ar na Tapada da Ajuda em Janeiro é normalmente distribuída com média 11ºC e desvio padrão 2.4ºC. Escolhido ao acaso um dia naquele mês, calcule a probabilidade da temperatura média do ar

    (a) ser igual ou inferior a 11ºC;

    (b) estar entre 10 e 15ºC;

    (c) ser superior ou igual 20ºC;

    (d) ser igual a 13.4ºC;

    (e) ser negativa.

25. Num estabelecimento que vende materiais para jardins, sabe-se que a venda semanal de terra vegetal (em toneladas) é bem modelada por uma distribuição normal de média 5 e desvio padrão 0.5.

    (a) Qual a probabilidade de, numa semana seleccionada ao acaso, a venda de terra vegetal

    i. ser superior a 6t? ii. ser 5t? iii. estar entre 4.9 e 5.1t?

    (b) Qual a quantidade de terra vegetal que este estabelecimento deverá ter em armazém, no início de cada semana, de modo a não haver ruptura de *stock* em 99% das semanas?

    (c) Qual a probabilidade de, em determinado mês (4 semanas), a venda de terra vegetal ultrapassar as 18t?

    (d) Qual a probabilidade de, num determinado ano (52 semanas), a venda semanal média de terra vegetal ser inferior a 4.9t?

    (e) Em determinado trimestre (12 semanas), qual o número de semanas em que se espera que a venda de terra vegetal seja superior a 6t?

26. Suponha que o peso de um pacote de sementes de relva é uma variável aleatória que se admite ter valor médio 1kg e desvio padrão 0.05kg. Pretende-se colocar 111 destes pacotes numa prateleira que suporta 110kg. Qual a probabilidade da prateleira não suportar o peso total dos 111 pacotes?

27. De acordo com uma análise de mercado, a procura semanal de um certo produto (em toneladas) é uma variável aleatória de média 20 e variância 9.

    (a) Sabendo que a produção anual planeada é de 1025 t, calcule a probabilidade de haver procura anual excedentária (considere que um ano tem 52 semanas).

    (b) Determine a produção anual que deve ser planeada de modo a cobrir a procura anual com probabilidade 0.99.

28. Mediu-se o comprimento (em cm) das pétalas de 50 lírios da espécie *Iris virginica* (dados disponíveis no R em `iris(datasets)`). A média e o desvio padrão da amostra foram $\overline{x} = 5.52$ cm e $s = 0.58$ cm, respectivamente. Observou-se ainda que 9 destes lírios têm pétalas com comprimento superior a 6 cm.
    Admita que o comprimento das pétalas da espécie *Iris virginica* segue uma distribuição normal.

    (a) Indique estimativas para a média e o desvio padrão do comprimento das pétalas da população de lírios desta espécie.

    (b) Utilize as estimativas obtidas na alínea anterior como parâmetros da população do comprimento das pétalas da espécie *Iris virginica* e determine a probabilidade de o comprimento das pétalas de um lírio desta espécie ser superior a 6 cm.

(c) Determine uma estimativa para a proporção de indivíduos da espécie *Iris virginica* com pétalas de comprimento superior a 6 cm.

(d) Utilizando o valor obtido em c) como o valor populacional da proporção de lírios da espécie *Iris virginica* com pétalas de comprimento superior a 6 cm, determine:

   i. a probabilidade de 1 lírio escolhido ao acaso ter pétalas de comprimento superior a 6 cm;

   ii. a probabilidade de em 5 lírios escolhidos ao acaso, 2 terem pétalas de comprimento superior a 6 cm.

Soluções de alguns Exercícios

1. (a) $\overline{A}$ (b) $A \cup B$ (c) $A \cap B$ (d) $(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})$ (e) $\overline{A \cup B}$ (f) $\overline{A \cap B}$

2. (a) $\{t : t < 12\}$ (b) $\{t : 2 < t < 10\}$ (c) $\{t : 2 < t < 10 \vee t > 15\}$ (d) $\emptyset$
   (e) $\{t : t > 15\}$ (f) $\{t : t > 15\}$ (g) $\{t : 2 < t < 10\}$

3. (a) 0.75 (b) 0.79 (c) 0.28 (d) 0.72 (e) 0.16

5. (a) 0.7 (b) 0.09 (c) 0.441

6. 0.794

7. (a) 0.30 (b) 0.24

8. (a) 0.435 (b) 0.448

9. (a) 0.504 (b) 0.296

10. (a)

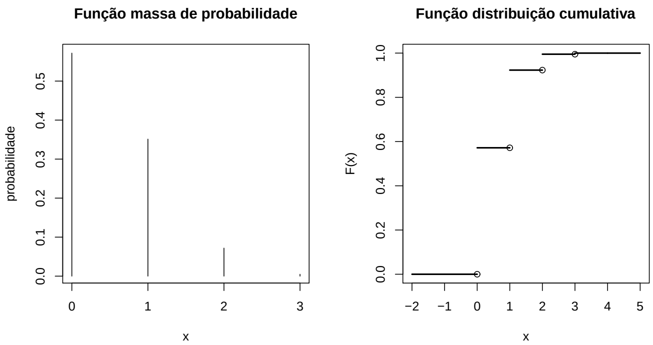
x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P[X = x_i]$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

   (b) i. 3/36 ii. 6/36 iii. 2/36 iv. 0 v. 35/36

11. (b) i. $1 - e^{-0.3}$ ii. 0 iii. $e^{-0.3} - e^{-0.6}$ iv. e^{-1}

   (c) $F(x) = \begin{cases} 0 & , \; x \leq 0 \\ 1 - e^{-0.1x} & , \; x > 0 \end{cases}$

12. (a) $P[X = i] = \binom{3}{i}\, 0.17^i \; 0.83^{3-i}, \quad i = 0, 1, 2, 3$



   (b) $F(x) = \begin{cases} 0 & , \; x < 0 \\ 0.571787 & , \; 0 \leq x < 1 \\ 0.923126 & , \; 1 \leq x < 2 \\ 0.995087 & , \; 2 \leq x < 3 \\ 1 & , \; x \geq 3 \end{cases}$

   (c) 0.4233

   (d) $E[X] = 0.51$; $Var[X] = 0.4233$

13. (a)

x_i	0	1	2	3	4
$P[X = x_i]$	0.015	0.245	0.425	0.245	0.07

(b) 0.315

(c) 0.426

(d) Y - v.a. que representa o número de projectos recusados nesse mês

y_i	0	1	2
$P[Y = y_i]$	0.685	0.245	0.07

14. (a) $F(x) = \begin{cases} 0 & , \ x < 0 \\ 1/5 & , \ 0 \leq x < 1 \\ 2/5 & , \ 1 \leq x < 2 \\ 3/5 & , \ 2 \leq x < 3 \\ 4/5 & , \ 3 \leq x < 4 \\ 1 & , \ x \geq 4 \end{cases}$

(b) $E[X] = 2$; $Var[X] = 2$

(c) Y - v.a. que representa o lucro líquido diário
$E[Y] = 2$; $Var[Y] = 162$

(d) $E[Y] = 18 - 4n$; $Var[Y] = 162$

15. (a) 0.04

(b) 5/6

(c) $5/\sqrt{72}$

(d) $2.5(1 - \sqrt{0.1})$

(e) 8/9

16. (a) $a = b = 0.1$ e $c = 1$

(b) $f(x) = \begin{cases} 5x + 1 & , \ -\frac{1}{5} \leq x < 0 \\ -\frac{5}{9}x + 1 & , \ 0 \leq x < \frac{9}{5} \\ 0 & , \ \text{outros valores de } x \end{cases}$

(c) $E[X] = \frac{8}{15}$; $\chi_{0.5} = 0.458$
O custo de um projecto excede em média o valor orçamentado em 11.59% .
Cinquenta porcento dos projectos excedem o valor orçamentado em 45.8% .

(d) 0.4694

17. (a) 0.14

(b)

x_i	2	3	4	5	6
$P[X = x_i]$	0.1	0.2	0.4	0.25	0.05

y_i	7	8	9	10	11	12
$P[Y = y_i]$	0.05	0.2	0.25	0.35	0.1	0.05

(c) $F_X(x) = \begin{cases} 0 & , \ x < 2 \\ 0.1 & , \ 2 \leq x < 3 \\ 0.3 & , \ 3 \leq x < 4 \\ 0.7 & , \ 4 \leq x < 5 \\ 0.95 & , \ 5 \leq x < 6 \\ 1 & , \ x \geq 6 \end{cases}$

(d) $E[X] = 3.95$; $Var[X] = 1.0475$

(e) 0.05

(f) X e Y são v.a. independentes.
(g) $Cov(X,Y) = 0$; $\rho_{X,Y} = 0$

18. (a) $E[\sum_{i=1}^{n} X_i] = n\mu$; $E[\overline{X}] = \mu$
    (b) $Var[\sum_{i=1}^{n} X_i] = n\sigma^2$; $Var[\overline{X}] = \dfrac{\sigma^2}{n}$
19. (a) i. 0.00317 ii. 0.06695 iii. 0.00394 iv. 0.4148
    (b) 5
20. (a) $X \frown B(15, 0.7)$
    (b) i. 0.08113 ii. 0.72162 iii. 0.00365
    (c) 0.94999
    (d) 0.51549
21. (a) 0.02602
    (b) 1.2
    (c) 1
    (d) i. 0.096 ii. 0
22. (a) 0.09879
    (b) i. 0.02327
        ii. 60
23. (a) $f(x) = \begin{cases} 1/7 & , \quad 5 \leq x \leq 12 \\ 0 & , \quad \text{outros valores de x} \end{cases}$
    (b) 5/7
    (c) 0.8
    (d) $\mu = 8.5$; $\sigma = \frac{7}{2\sqrt{3}}$
24. (a) 0.5
    (b) 0.6153
    (c) 0.00009
    (d) 0
    (e) 0
25. (a) i. 0.02275 ii. 0 iii. 0.15852
    (b) 6.165 t
    (c) 0.97725
    (d) 0.07493
    (e) 0.273
26. 0.97128
27. (a) 0.75490
    (b) 1090.406 t
28. (a) Estimativa para μ : $\bar{x} = 5.52$cm; estimativa para σ : $s = 0.58$cm.
    (b) 0.20395
    (c) 0.18
    (d) i. 0.18 ii. 0.1786